

Modelado de un trasvase natural en un problema de optimización de la explotación hidroeléctrica de medio plazo

Rocío Moraga¹, Javier García-González¹, Ernesto Parrilla¹ y Sergio Nogales²

¹ Instituto de Investigación Tecnológica (IIT)

E.T.S.I. (ICAI), Universidad Pontificia Comillas

Alberto Aguilera, 23 – Madrid, 28015 (España), Tel.:+34 915 422800, fax:+34 915 423176,

e-mail: rocio.moraga@iit.upco.es, javiergg@iit.upco.es, ernesto.parrilla@iit.upco.es

² ENDESA, S.A., Subdirección de Análisis y Previsiones

Ribera del Loira, 60– Madrid, 28042 (España)

Tel.:+34 91 213 9980, fax:+34 91 213 9674, e-mail: snogales@endesa.es

Resumen — En el actual contexto de mercado eléctrico, las decisiones de explotación y planificación de los recursos de generación son tomadas de manera descentralizada. En particular, la responsabilidad de realizar la gestión de los recursos hidráulicos recae en las propias compañías eléctricas que necesitan herramientas de planificación y gestión adaptadas a sus necesidades particulares. Este artículo presenta una nueva metodología que permite el modelado de trasvases naturales entre embalses de una misma cuenca hidroeléctrica. Este tipo de trasvases presenta múltiples dificultades de modelado, como por ejemplo la relación no lineal existente entre los volúmenes almacenados y el caudal trasvasado, así como los acoplamientos temporales que dificultan su inclusión en un problema de optimización. La idea básica del artículo consiste en 1) realizar un cambio de variable para simplificar el problema, 2) utilizar una aproximación lineal a tramos en el problema planteado como problema de programación lineal entera-mixta (MILP), y 3) refinar la solución obtenida mediante un algoritmo de ajuste. El método propuesto se aplica actualmente para gestionar la cuenca del río Sil, situada en el noroeste de España, obteniéndose resultados muy satisfactorios como se muestra en el caso de estudio.

Palabras claves — explotación hidráulica en el medio plazo, gestión de embalses, optimización.

1. Nomenclatura

p	Índice de periodos
e	Índice de embalses
Ω_e	Conjunto de centrales o embalses situados directamente aguas arriba del embalse e
ℓ_p	Duración del periodo p [h]
i_{ep}	Aportaciones naturales sobre el embalse e [Hm^3/h]
$\bar{v}_e, \underline{v}_e$	Límites de capacidad del embalse e [Hm^3]
v_{e0}	Reserva inicial de agua en el embalse e [Hm^3]

v_{ep}	Volumen almacenado en el embalse e al final del periodo p [Hm^3]
h_{ep}	Cota del embalse e al final del periodo p [m]
r_{ep}	Caudal liberado por el embalse e durante el periodo p [Hm^3/h]
s_{ep}	Caudal vertido en el embalse e en el periodo p [Hm^3/h]
v_{ep}^{avg}	Volumen medio almacenado en el embalse e durante el periodo p [Hm^3]

2. Introducción

En el mercado eléctrico español, las compañías generadoras son responsables de realizar la gestión de sus recursos de generación en un contexto donde los distintos participantes compiten para satisfacer la demanda del sistema. Normalmente, las decisiones tomadas se clasifican en función del horizonte temporal considerado. Así, en el corto plazo, el departamento de *front-office* es responsable de llevar a cabo las operaciones de coordinación hidrotérmica semanal, la generación de ofertas para el mercado diario e intradiario, seguimiento en tiempo real de las operaciones, etc. [1]. Por otro lado, en el medio plazo (de varios meses a un año) se realiza la coordinación hidrotérmica mensual, se calculan las previsiones de precios y de producciones esperadas de cada grupo de generación y se gestionan los distintos tipos de riesgos.

A lo largo de estos últimos años se han venido desarrollando diferentes métodos de optimización y de simulación para modelar los mercados eléctricos. En el medio plazo, los modelos más utilizados actualmente se basan en encontrar el equilibrio de mercado, [2]. Sin embargo, estos modelos de equilibrio resultan ser computacionalmente costosos, por lo que normalmente la producción hidroeléctrica es representada de forma simplificada mediante equivalentes energéticos. Esta simplificación suele consistir en un modelo agregado de cada cuenca hidráulica, que la representa como un único embalse que recibe, almacena y libera energía en lugar de agua, [3]. En sistemas muy complejos, como se trata del

caso español donde la mayoría de las cuencas están formadas por muchos embalses de pequeño tamaño conectados entre sí, la agregación de los sistemas hidráulicos es especialmente necesaria.

Una vez que mediante el modelo de mercado se obtiene la producción óptima agregada del sistema hidráulico simplificado, es preciso decidir la producción de cada central de la cuenca. Para ello, es necesario tener en cuenta la realidad física de la misma, las características de cada embalse y central, así como otras restricciones e imposiciones en el volumen embalsado o en el caudal liberado motivadas por usos del agua distintos del hidroeléctrico: agricultura, consumo, industria, recreo, etc. Este proceso recibe típicamente el nombre de desagregación, [4].

Las diferentes técnicas de desagregación deben por tanto tener en cuenta estos requerimientos y las particularidades de cada cuenca hidráulica para así poder obtener una política de explotación óptima que sea físicamente realizable. En este contexto, en este artículo se propone un método que permite modelar trasvases naturales de agua entre embalses dentro de un modelo de desagregación y presenta un caso de estudio real donde se aplica el método propuesto dentro de un modelo de programación lineal entera-mixta (MILP).

3. Descripción del problema

En el sistema español, Endesa es la mayor compañía generadora con un 43% de la producción total en 2004, y una producción global de 97 416 GWh, de los cuales 10 309 GWh correspondieron a producción hidráulica. La herramienta utilizada en Endesa para realizar la desagregación de producciones de sus cuencas hidráulicas es el modelo de explotación hidráulica de medio plazo EXLA, formulado como un problema de optimización lineal (LP) que se resuelve de forma iterativa para tener en cuenta la dependencia de la producción de las centrales con el salto neto, [5]. Este modelo determina de forma óptima y factible la producción de cada central hidráulica de la cuenca y la gestión de cada embalse para un escenario de aportaciones dado, tratando siempre de satisfacer la consigna de producción de energía para toda la cuenca procedente de un modelo de mercado, [6]. Para ello, es imprescindible que el modelo sea capaz de incorporar características especiales que pueden darse en los sistemas hidráulicos como son trasvases, embalses de propiedad compartida por varios agentes, reglas de gestión que implican a varios embalses simultáneamente, etc. Es imprescindible modelar de manera correcta todas estas particularidades para poder obtener una gestión óptima que refleje adecuadamente las características especiales de cada cuenca, obteniéndose así una política de explotación óptima físicamente realizable. Sin embargo, dada la singularidad de muchas de estas características, no es fácil encontrar en la literatura artículos que estudien su tratamiento con profundidad. Así, este artículo presenta la solución adoptada en el modelo EXLA para tratar las no linealidades que supone

considerar el tratamiento de trasvases naturales de agua entre dos embalses dentro de un modelo de explotación hidráulica.

En general, los embalses deben satisfacer la ecuación de balance hidráulico descrita en (1). Esta ecuación define el volumen en un embalse e al final de un periodo p como el volumen almacenado al final del periodo anterior, más el volumen de agua turbinado o vertido por los embalses situados inmediatamente aguas arriba, más las aportaciones propias, menos el volumen turbinado o vertido por el propio embalse.

$$v_{ep} = v_{e(p-1)} + \left(i_{ep} + \sum_{e' \in \Omega_e} (r_{e'p} + s_{e'p}) - r_{ep} - s_{ep} \right) \cdot \ell_p \quad (1)$$

Esta ecuación general puede verse modificada al adaptarla a situaciones reales. Por ejemplo, en la Fig. 1 se muestra una configuración real donde ocurren dos peculiaridades. En primer lugar, los vertidos del embalse situado aguas arriba no recaen directamente en el embalse inferior, sino sobre su azud, por lo que no deben ser tenidos en cuenta en la ecuación de balance de este embalse. En segundo lugar, la existencia de un trasvase natural conectando ambos embalses tiene como consecuencia que el caudal trasvasado r_{e_1p} desde el embalse e_1 hasta e_2 , no sea una variable de decisión del problema, sino que depende de forma no lineal de la diferencia de cotas entre ambos embalses, como se explicará más detalladamente en la sección 4.

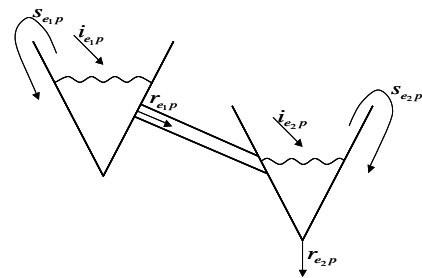


Fig. 1 Esquema de trasvase natural entre dos embalses

El método propuesto en este artículo para tener en cuenta el trasvase se basa en encontrar una formulación MILP equivalente que permita incluir dentro del modelo de explotación, la ecuación no lineal que liga el caudal del trasvase y el nivel de agua almacenada en los embalses conectados. Para ello se busca la dependencia de este caudal con una única variable por periodo, de forma que pueda ser aproximada por una función lineal a trozos. Con esta aproximación, la ecuación no lineal del trasvase queda incluida en el modelo con resultados generalmente satisfactorios, aunque para ciertos niveles en los embalses, puede no ser suficientemente precisa. Por eso, se propone un proceso de ajuste posterior a la optimización que permite alcanzar resultados exactos, obteniéndose así una explotación físicamente factible.

4. Modelado de un trasvase natural

En un trasvase natural, el agua fluye libremente desde embalse superior al inferior. El caudal de este trasvase, puede expresarse en función de la diferencia de cota entre ambos embalses según la ecuación de Bernouilli, (2).

$$r = k \cdot \sqrt{h_1 - h_2} \quad (2)$$

Dado que las variables de estado de los modelos de explotación hidráulica suelen ser normalmente los volúmenes en los embalses en lugar de sus cotas, y que existe una relación directa conocida cota-volumen para cada embalse, es posible determinar una superficie que permite expresar el caudal trasvasado en función del volumen de agua almacenada en los embalses conectados, como se muestra en la Fig. 2.

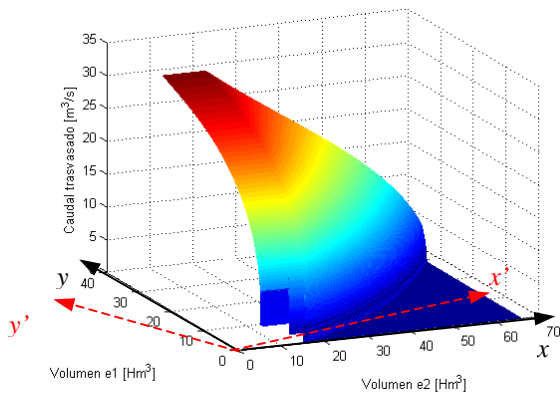


Fig. 2 Superficie que determina el caudal trasvasado (m^3/s)

Con objeto de estimar el caudal medio trasvasado durante un periodo p , se hará uso de los volúmenes medios almacenados en los embalses conectados entre el principio y el final del periodo, (3)

$$v_{ep}^{avg} = \frac{1}{2}(v_{e(p-1)} + v_{ep}) \quad (3)$$

Así, la superficie representada en la Fig. 2, que describe el caudal medio trasvasado, podría incluirse en un modelo de explotación hidráulico de medio plazo cuyas variables de estado fueran los volúmenes, de forma que quede expresado como función del volumen medio almacenado en los embalses conectados, v_{ep}^{avg} . Sin embargo, dado que esta superficie descrita matemáticamente en (4) es en general una función no lineal determinada por la ecuación de Bernouilli, no puede ser incluida de manera directa en un modelo de explotación lineal.

$$r_{e1p} = f(v_{e1p}^{avg}, v_{e2p}^{avg}) \quad (4)$$

En este artículo, se propone un método de resolución de dos pasos para poder considerar este tipo de trasvases en un modelo de explotación hidráulica. En primer lugar, se resuelve la explotación utilizando una aproximación lineal a trozos de la superficie del trasvase. Posteriormente, el error cometido con la aproximación es corregido por medio de un procedimiento de ajuste.

A. Aproximación de la superficie que determina el caudal en función de los niveles de los embalses

Dado que el modelo de explotación hidráulico está planteado como un problema de optimización lineal, se hace necesario simplificar de alguna manera la ecuación que determina la relación no lineal existente entre los niveles en ambos embalses y el caudal del trasvase. Para ello, se propone utilizar una aproximación lineal de la superficie real. Sin embargo, en vez de utilizar la clásica aproximación mediante triangulación que obligaría a considerar un gran número de variables binarias, [7], en este artículo se propone buscar la dirección en el plano que permita conservar la mayor información posible sobre la variación del caudal, para posteriormente utilizarla como única variable independiente. Esto es posible debido a que la diferencia de cotas es la variable que realmente determina el flujo de agua, y por lo tanto, muchas combinaciones de volúmenes en ambos embalses pueden compartir el mismo desnivel. Así pues, se introduce una nueva variable en cada periodo, definida como la combinación lineal de los volúmenes medios en los embalses e_1 y e_2 :

$$y'_p = v_{e1p}^{avg} \cos \alpha + v_{e2p}^{avg} \sin \alpha \quad (5)$$

donde α es el ángulo elegido para el cambio de coordenadas, y la variable y'_p es la nueva variable introducida. En la Fig. 3 se muestra la superficie anterior, pero bajo la perspectiva de la nueva referencia. Puede observarse cómo el cambio de coordenadas permite modelar la compleja superficie original mediante una sencilla aproximación lineal a trozos que sólo requiere unas pocas variables binarias para modelar la no convexidad de la curva.

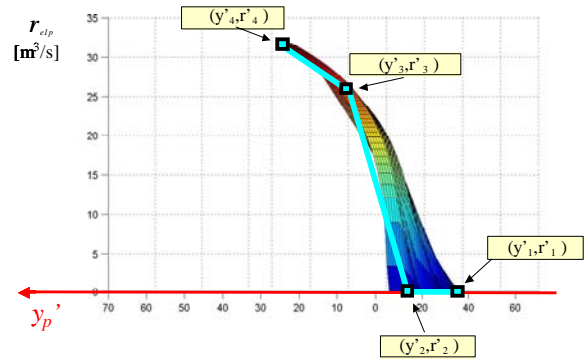


Fig. 3 Cambio de coordenadas y aproximación lineal a trozos

El conjunto de ecuaciones presentado en las ecuaciones (6) y (7), se define para cada periodo temporal. En este caso se ha considerado una aproximación lineal de cuatro tramos, como se puede observar en la Fig. 3. De este modo, es posible modelar el problema de optimización mediante programación lineal entera-mixta.

$$\begin{aligned} \delta_{2p} (y'_2 - y'_1) &\leq y'_{n_1p} \leq \delta_{1p} (y'_2 - y'_1) \\ \delta_{3p} (y'_3 - y'_2) &\leq y'_{n_2p} \leq \delta_{2p} (y'_3 - y'_2) \\ 0 &\leq y'_{n_3p} \leq \delta_{3p} (y'_4 - y'_3) \\ y_p' &= y'_1 + y'_{n_1p} + y'_{n_2p} + y'_{n_3p} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \delta_{1p} &\geq \delta_{2p} \\ \delta_{2p} &\geq \delta_{3p} \\ \delta_{1p}, \delta_{2p}, \delta_{3p} &\in \{0,1\} \\ r_{e_1p} &= r'_1 + y'_{n_1p} \frac{r'_2}{(y'_2 - y'_1)} + y'_{n_2p} \frac{r'_3}{(y'_3 - y'_2)} \\ &\quad + y'_{n_3p} \frac{r'_4}{(y'_4 - y'_3)} \end{aligned} \quad (7)$$

La resolución del problema de planificación hidráulica utilizando esta aproximación de la superficie del caudal, permite obtener una explotación detallada de la cuenca hidráulica. Es decir, la estimación de los caudales desembalsados lo largo del tiempo, la generación prevista en todas las centrales y el nivel de los embalses en todos los periodos temporales considerados.

Sin embargo, aunque mediante esta aproximación lineal se consiguen obtener generalmente resultados razonables para el cálculo del caudal trasvasado, en ciertos casos, el error introducido puede ser demasiado grande como para ser despreciado. Por ejemplo, existen parejas de volúmenes que según la aproximación lineal a trozos sí tendrían asociado un caudal de trasvase, pero que debería ser nulo si se utilizara la superficie real por corresponder a situaciones donde la cota del embalse inferior es mayor que la del superior.

Por este motivo, en este artículo se propone utilizar un algoritmo de ajuste posterior a la optimización, que permita garantizar la coherencia entre el nivel de los embalses, el caudal de agua trasvasado y la interacción con el resto del sistema. Este algoritmo es detallado a continuación.

B. Algoritmo de ajuste

En primer lugar, el algoritmo se centra en asegurar la coherencia entre los niveles de los embalses y el caudal real del trasvase según (4). Para ello, el algoritmo ajusta los volúmenes en e_1 y e_2 y el caudal real del trasvase, considerando ambos embalses de forma aislada del resto del sistema y teniendo en cuenta las limitaciones de volumen máximo y mínimo a lo largo del tiempo.

El ajuste post-optimización es llevado a cabo para cada periodo, tal y como se muestra en la Fig. 4. Para cada periodo temporal, la resolución del sistema de ecuaciones indicado en (8) determinará los valores exactos de $v_{e_1p}, v_{e_2p}, r_{e_2p}$. Nótese que en estas ecuaciones, los valores de $\sum_{e' \in \Omega_{e_1}} (r_{e'p} + s_{e'p})$ y r_{e_2p} han sido previamente estimados mediante la resolución del problema MILP que

utiliza la aproximación lineal a trozos. Además, los valores de s_{e_1p} y s_{e_2p} son inicializados a cero, para posteriormente ser actualizados si el nivel máximo en el correspondiente embalse es excedido.

$$\left. \begin{aligned} v_{e_1p} &= v_{e_1(p-1)} + \left(i_{e_1p} + \sum_{e' \in \Omega_{e_1}} (r_{e'p} + s_{e'p}) - r_{e_1p} - s_{e_1p} \right) \cdot \ell_p \\ v_{e_2p} &= v_{e_2(p-1)} + (i_{e_2p} + r_{e_1p} - r_{e_2p} - s_{e_2p}) \cdot \ell_p \\ r_{e_1p} &= f(v_{e_1p}^{avg}, v_{e_2p}^{avg}) \end{aligned} \right\} (8)$$

En el primer periodo, los niveles de agua en los embalses al inicio del mismo son de valor conocido, $v_{e(p-1)} = v_{e0}$, es decir, los volúmenes en los embalses al comienzo del horizonte temporal considerado. La resolución de (8) permitirá por tanto determinar v_{e1} , que será posteriormente tomado como valor de $v_{e(p-1)}$ en el siguiente periodo. De este modo, el procedimiento de ajuste se extiende para todo el horizonte temporal.

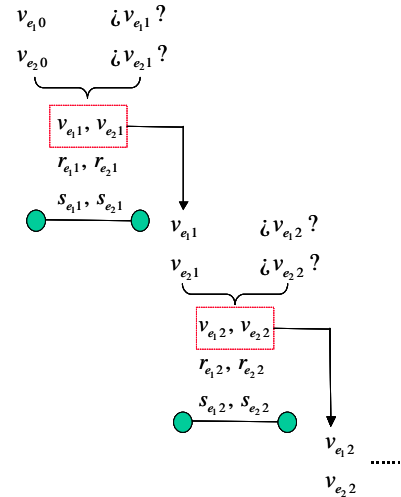


Fig. 4 Esquema del procedimiento de ajuste post-optimización

Sin embargo, puede ocurrir que durante el ajuste, los niveles de los embalses impuestos por la ecuación de balance hidráulico, excedan sus límites de capacidad máxima y mínima. Dependiendo de cuál sea el límite violado, es posible considerar los casos siguientes:

- El volumen en e_1 es inferior a su límite mínimo, $v_{e_1p} < \underline{v}_{e_1}$. En este caso, se reducirá el valor del caudal trasvasado a aquél que correspondería a dejar al embalse e_1 a su capacidad mínima, es decir, $r_{e_1p} = r_{e_1p} - \frac{1}{\ell_p} (\underline{v}_{e_1} - v_{e_1p})$ por lo tanto tras el ajuste, el nuevo valor de volumen será $v_{e_1p} = \underline{v}_{e_1}$.

b) El volumen en e_1 sobrepasa su capacidad máxima, $v_{e_1,p} > \bar{v}_{e_1}$. En este caso, el exceso de agua será vertido, es decir, $s_{e_1,p} = \frac{1}{\ell_p}(v_{e_1,p} - \bar{v}_{e_1})$ y por lo tanto, tras el ajuste se cumplirá que $v_{e_1,p} = \bar{v}_{e_1}$.

c) El volumen en e_2 es menor que su límite inferior, $v_{e_2,p} < \underline{v}_{e_2}$. En este caso, se reducirá el desembalse de e_2 a un valor tal que el volumen en el embalse quede fijado a su nivel mínimo, es decir, $r_{e_2,p} = r_{e_2,p} - \frac{1}{\ell_p}(\underline{v}_{e_2} - v_{e_2,p})$, y por lo tanto, tras el ajuste se tendrá que $v_{e_2,p} = \underline{v}_{e_2}$.

d) El volumen en e_2 sobre pasa su capacidad máxima, $v_{e_2,p} > \bar{v}_{e_2}$. En este caso, el exceso de agua será vertido, es decir, $s_{e_2,p} = \frac{1}{\ell_p}(v_{e_2,p} - \bar{v}_{e_2})$ y por lo tanto $v_{e_2,p} = \bar{v}_{e_2}$.

Como se ha mostrado, estas restricciones de capacidad máxima y mínima en los embalses pueden tener como consecuencia que el caudal liberado o vertido por los embalses e_1 y e_2 sean diferentes a los considerados inicialmente cuando se modelaba toda la cuenca con la aproximación MILP. Esto podría afectar a los niveles de los embalses, caudales y vertidos de los embalses situados aguas abajo. Por este motivo, es necesario reajustar la explotación de toda la cuenca. Para ello, se resuelve de nuevo el modelo de optimización considerando toda la cuenca, pero fijando los valores de los niveles en los embalses objeto del trasvase, así como del caudal trasvasado, de sus caudales liberados y los posibles vertidos de los mismos, a los valores exactos determinados durante el procedimiento de ajuste. Esta última fase asegura que la solución final obtenida para todo el sistema sea factible.

A continuación se muestra en pseudo-código la metodología completa propuesta en este artículo, donde el conjunto de ecuaciones no lineales mostradas en (8) es resuelto por medio de un proceso iterativo que no se ha detallado aquí para simplificar la exposición:

```

1) RESOLVER Modelo de Explotación Hidráulica
utilizando aproximación lineal a trozos del
caudal trasvasado (MILP)

2) CON LOS VALORES OBTENIDOS DE  $v_{e_1,p}, v_{e_2,p}, r_{e_2,p} \forall p$ 
FOR  $p=1$  TO  $p_f$ 
 $s_{e_1,p} = 0$ 
 $s_{e_2,p} = 0$ 
WHILE error( $p$ ) > TOL DO
 $v_{e_1,p}^{avg} = \frac{1}{2}(v_{e_1(p-1)} + v_{e_1,p})$ 
 $v_{e_2,p}^{avg} = \frac{1}{2}(v_{e_2(p-1)} + v_{e_2,p})$ 
 $r_{e_1,p} = f(v_{e_1,p}^{avg}, v_{e_2,p}^{avg})$ 

```

```

 $v_{e_1,p} = v_{e_1(p-1)} + \left( i_{e_1,p} + \sum_{e' \in \Omega_{e_1}} (r_{e',p} + s_{e',p}) - r_{e_1,p} - s_{e_1,p} \right) \cdot \ell_p$ 
IF  $v_{e_1,p} < \underline{v}_{e_1}$  THEN
 $v_{e_1,p} = \underline{v}_{e_1}$ 
 $r_{e_1,p} = r_{e_1,p} - \frac{1}{\ell_p}(\underline{v}_{e_1} - v_{e_1,p})$ 
ELSE IF  $v_{e_1,p} > \bar{v}_{e_1}$  THEN
 $v_{e_1,p} = \bar{v}_{e_1}$ 
 $s_{e_1,p} = \frac{1}{\ell_p}(v_{e_1,p} - \bar{v}_{e_1})$ 
END IF
 $v_{e_2,p} = v_{e_2(p-1)} + (i_{e_2,p} + r_{e_1,p} - r_{e_2,p} - s_{e_2,p}) \cdot \ell_p$ 
IF  $v_{e_2,p} < \underline{v}_{e_2}$  THEN
 $v_{e_2,p} = \underline{v}_{e_2}$ 
 $r_{e_2,p} = r_{e_2,p} - \frac{1}{\ell_p}(\underline{v}_{e_2} - v_{e_2,p})$ 
ELSE IF  $v_{e_2,p} > \bar{v}_{e_2}$  THEN
 $v_{e_2,p} = \bar{v}_{e_2}$ 
 $s_{e_2,p} = \frac{1}{\ell_p}(v_{e_2,p} - \bar{v}_{e_2})$ 
END IF

```

```

error( $p$ ) =  $\max\left(v_{e_1,p}^{avg} - \frac{1}{2}(v_{e_1(p-1)} + v_{e_1,p}), v_{e_2,p}^{avg} - \frac{1}{2}(v_{e_2(p-1)} + v_{e_2,p})\right)$ 
END WHILE
END FOR

```

3) FIJAR $v_{e_1,p}, v_{e_2,p}, r_{e_1,p}, r_{e_2,p}, s_{e_1,p}, s_{e_2,p} \forall p$

RESOLVER Modelo de Explotación Hidráulica con los valores fijados (LP)

5. Caso de estudio

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología propuesta en el artículo a un caso estudio real: planificación hidroeléctrica a medio plazo de la cuenca hidráulica del río Sil.

En la Fig. 5 se muestra la topología de la cuenca considerada —compuesta por diez embalses (representados por triángulos) y siete centrales hidroeléctricas (círculos) en cascada—, en la que se destaca el conjunto formado por los embalses de Rozas y Matalavilla. Estos embalses están conectados de forma natural, es decir, el caudal que se transfiere de uno al otro sólo depende del nivel de ambos en cada instante. La función que define el caudal entre uno y otro se corresponde con la superficie presentada anteriormente en la Fig. 2. Además, en este caso los embalses están situados en la parte alta de la cuenca, afectando así su gestión a la producción hidroeléctrica de la mayoría de las centrales pertenecientes a la misma. Por este motivo, es crítica la introducción de un modelo detallado de este

trasvase natural de modo que se garantice una gestión factible de toda la cuenca.

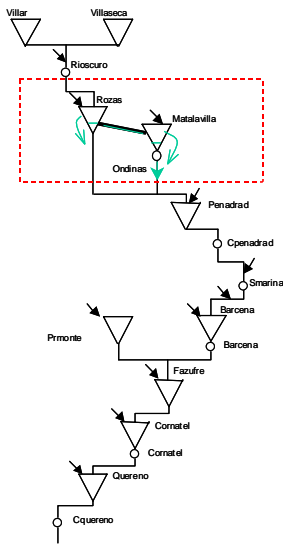


Fig. 5 Topología de la cuenca hidroeléctrica del río Sil

Tanto el cálculo inicial aproximado del caudal transferido como su posterior proceso de ajuste, han sido implantados dentro del modelo EXLA presentado en el apartado 4.B. Este modelo, implantado en GAMS, utiliza el optimizador comercial CPLEX 9.0 para resolver los problemas de programación lineal entera mixta.

A. Datos de entrada

En la Tabla I se muestran las características de los embalses representados en la Fig. 5.

TABLE I
CAPACIDAD DE LOS EMBALSES

	\bar{v} [Hm ³]	\underline{v} [Hm ³]
Villar	0.05	0.03
Villaseca	0.26	0.07
Rozas	28.28	47
Matalavilla	64.93	5.95
Penadrad	0.49	0.06
Barcena	313.12	60.42
Prmonte	1.66	0.70
Fazufre	0.83	0.6
Cornatel	12.7	6
Querenó	12.56	7.10

El horizonte temporal considerado es de diez meses, dividido en periodos semanales. La explotación será resuelta para un escenario dado de aportaciones, con el objetivo de satisfacer una consigna de producción para toda la cuenca obtenida mediante un modelo de coordinación hidrotérmica.

B. Análisis de resultados

En las Fig. 6 y Fig. 7 se representa la evolución de los volúmenes de los embalses a lo largo del horizonte de

explotación considerado. En color claro se muestra su evolución tras la primera etapa de la metodología propuesta en este artículo, es decir, teniendo únicamente en cuenta la aproximación lineal a tramos presentada en el apartado 4.A. y en color oscuro se presenta la evolución de estos volúmenes tras el ajuste final presentado en el apartado 4.B. En ambas gráficas se observa la existencia de diferencias entre los volúmenes obtenidos en ambas etapas, aunque se puede afirmar que en la mayoría de los casos los resultados obtenidos utilizando únicamente la aproximación lineal inicial son bastante precisos.

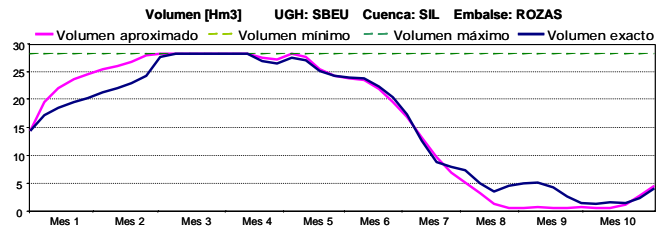


Fig. 6 Volumen de Rozas antes y después del ajuste final

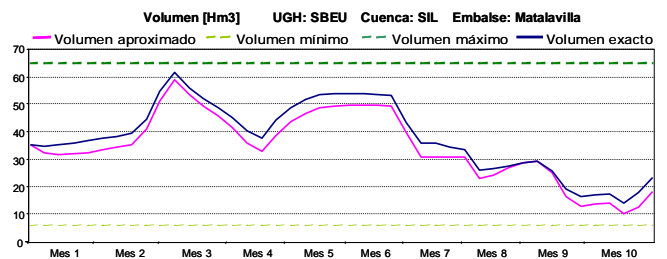


Fig. 7 Volumen de Matalavilla antes y después del ajuste final

El mayor problema de la aproximación lineal inicial se da en los periodos en los que el caudal del trasvase es nulo o casi nulo. Estos casos tienen lugar cuando la diferencia de cotas entre ambos embalses es muy pequeña, lo que implica caudales trasvasados pequeños, o cuando la cota del embalse inferior, Matalavilla, es superior al de Rozas, lo que implica caudal trasvasado nulo. En estos casos, los resultados obtenidos empleando únicamente la aproximación lineal de la superficie determinan la existencia de un caudal (ver periodos 30÷40 en la Tabla II), a pesar de que el nivel en el embalse de Matalavilla es mayor que en el embalse de Rozas. Así, aunque físicamente es imposible que exista transferencia de agua entre ambos embalses, la aproximación lineal indica la existencia de un caudal entre ambos, lo cual lleva a la necesidad de pasar a la segunda etapa del mecanismo.

En esta segunda etapa, siguiendo el procedimiento iterativo descrito en el apartado 4.B. se obtiene la gestión factible mostrada en color oscuro en las Fig. 6 y Fig. 7. Este requisito de factibilidad resulta indispensable para la correcta gestión y operación a medio plazo de la cuenca, ya que garantiza que las decisiones tomadas para la explotación son coherentes con la realidad física del sistema que ha sido modelado.

TABLA II
CAUDALES DEL TRASVASE OBTENIDOS MEDIANTE LA APROXIMACIÓN
LINEAL DE LA SUPERFICIE DEL TRASVASE

Periodo	r_{Rp} aprox [m ³ /s]	r_{Rp} real [m ³ /s]	Δr_{Rp} Error [m ³ /s]	Periodo	r_{Rp} aprox [m ³ /s]	r_{Rp} real [m ³ /s]	Δr_{Rp} Error [m ³ /s]
P1	11.92	17.40	5.49	P22	10.23	12.92	2.70
P2	15.57	20.81	5.25	P23	9.83	12.48	2.65
P3	17.16	21.92	4.76	P24	9.14	11.70	2.56
P4	17.85	22.24	4.39	P25	7.76	9.91	2.15
P5	18.18	22.26	4.09	P26	8.18	11.57	3.39
P6	18.35	22.18	3.83	P27	10.01	15.29	5.28
P7	18.48	22.06	3.58	P28	9.26	14.61	5.35
P8	17.67	20.90	3.23	P29	6.93	9.92	2.98
P9	14.75	17.48	2.73	P30	5.31	1.94	3.37
P10	11.02	12.59	1.57	P31	5.63	0.67	4.96
P11	10.42	11.65	1.23	P32	5.63	0.00	5.63
P12	12.42	14.52	2.10	P33	3.85	0.00	3.85
P13	14.25	16.79	2.55	P34	2.61	0.00	2.61
P14	16.05	18.85	2.80	P35	2.20	0.00	2.20
P15	18.14	21.09	2.95	P36	2.99	0.00	2.99
P16	19.70	22.84	3.14	P37	5.65	0.00	5.65
P17	18.70	22.01	3.30	P38	8.37	3.66	4.71
P18	16.67	19.70	3.02	P39	9.03	3.66	5.37
P19	15.01	17.79	2.79	P40	8.70	1.43	7.27
P20	12.81	15.63	2.82	P41	9.76	3.66	6.10
P21	11.07	13.85	2.79	P42	10.92	12.69	1.77

6. Conclusiones

Este artículo presenta un nuevo procedimiento para modelar el caudal transferido entre dos embalses directamente conectados —trasvases naturales— dentro de un modelo de planificación hidroeléctrica a medio plazo basado en programación lineal entera-mixta. La falta de convexidad y de no linealidad que caracterizan este tipo de trasvases hace inviable su modelado de manera directa. Por este motivo, el modelo desarrollado se divide en dos etapas. Una etapa inicial en el que mediante una aproximación lineal a tramos de la función de transferencia se obtiene una solución óptima de la gestión global de la cuenca. A continuación, mediante una segunda etapa se asegura la coherencia física (factibilidad) entre los volúmenes de los embalses y el caudal transferido entre ambos en cada periodo. Este método ha sido probado con éxito para el caso del trasvase natural que existe entre los embalses de Rozas y Matalavilla dentro de la cuenca del río Sil.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo técnico y económico recibido por parte de la empresa Endesa S.A. dentro del proyecto EXLA-2004. En especial, los comentarios de Montserrat Arteseros Romero, Carlos Elías Rego y Ángel Sáiz Chicharro han sido decisivos para el desarrollo de este trabajo.

Referencias

- [1] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras, y F. A. Villamor, "Self-Scheduling of a Hydro Producer in a Pool-Based Electricity Market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, pp. 1265-1272, 2002.
- [2] M. Ventosa, Á. Bañlo, A. Ramos, y M. Rivier, "Electricity Market Modeling Trends", *Energy Policy*, vol. 33, pp. 897-913, 2005.
- [3] N. V. Arvanitidis and J. Rosing, "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 89, pp. 319-325, 1970.
- [4] A. Turgeon and R. Charbonneau, "An aggregation-disaggregation approach to long-term reservoir management" *Water Resources Research*, vol. 34, NO. 12, pp. 3585-3594, 1998.
- [5] J. W. Labadie, "Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review," *Journal of Water Resources Planning and Management*, pp. 93-111, 2004.
- [6] J. Barquín, E. Centeno y J. Reneses. "Medium-term generation programming in competitive environments: a new optimization approach for market equilibrium computing" *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 151, pp. 119-126, 2004.
- [7] J. García-González y G. A. Castro, "Short-term hydro scheduling with cascaded and head-dependent reservoirs based on mixed-integer linear programming," presented at *IEEE Power Tech. Conference*, Porto, 2001.