

# Asignación de consumos a subestaciones de tracción

Jorge Muñoz Riesco, Eduardo Pilo de la Fuente, Antonio Fernández Cardador, Paloma Cucala García

Instituto de Investigación Tecnológica  
Universidad Pontificia Comillas de Madrid  
28008 Madrid (España)

Tel.:+34 915484407, fax:+34 915426176, e-mail: jorge.munoz@iit.upco.es, eduardo@iit.upco.es,  
Antonio.fernandez@iit.upco.es, paloma.cucala@iit.upco.es

## 1. Introducción

En sistemas eléctricos, la asignación de qué parte de cada consumo proviene de cada fuente es un problema que admite múltiples soluciones, que están recogidas en la literatura, como por ejemplo los métodos de participaciones medias y participaciones marginales [1] y [2].

En algunos sistemas eléctricos de potencia la energía puede tener precios diferentes según su origen. Este es el caso de los sistemas eléctricos de tracción ferroviaria, que normalmente se alimentan desde diferentes redes de distribución.

En este artículo se propone un criterio para asignar el consumo de los trenes a las diferentes subestaciones de tracción. De este modo se puede establecer de qué suministradores se absorbe la energía y en qué cantidad, adjudicando un precio a ésta.

En la sección 2 se describe el sistema eléctrico ferroviario. En la sección 3 se trata el modelado del problema. En la sección 4 se plantea el método de cálculo. En la sección 5 se ilustra el procedimiento mediante un caso ejemplo. Por último, se enuncian en la sección 6 las conclusiones finales.

**Palabras clave:** criterio asignación, consumo, ferrocarril.

## 2. Descripción del sistema eléctrico ferroviario

Por razones históricas, la electrificación de ferrocarriles convencionales se realiza en corriente continua, generalmente a 3000V o 1500V. La Fig. 1 muestra la estructura típica que presentan este tipo de electrificaciones [3]. El suministro se realiza desde diferentes puntos de las redes de distribución cercanas al ferrocarril denominados en este artículo puntos de suministro (PS1 y PS2 en la Fig. 1). Conectadas a estos puntos de suministro a través de diferentes líneas trifásicas se encuentran las subestaciones de tracción (SE1, SE2 y SE3 en la Fig. 1), que constan típicamente de una etapa de transformación y de una etapa de rectificación, generalmente formada por puentes de diodos de 12 pulsos [4]. Las subestaciones de tracción establecen una diferencia de potencial entre los conductores negativos y positivos de la catenaria.

Como puede apreciarse en la Fig. 1, la alimentación de ferrocarriles en corriente continua se realiza desde varias subestaciones simultáneamente. En algunos casos, dependiendo de la separación entre subestaciones, se produce una alimentación en paralelo de varias subestaciones consecutivas.

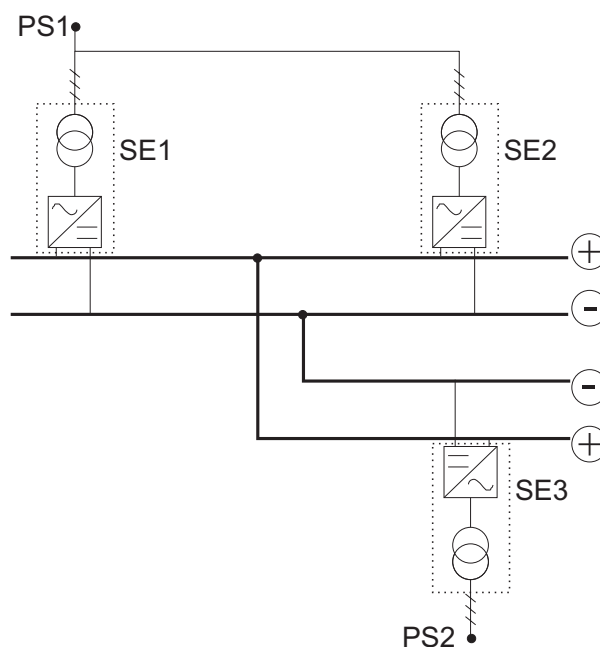
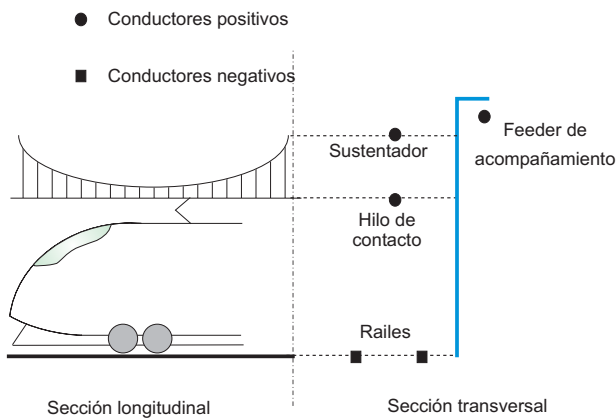


Fig. 1. Esquema de la electrificación de FFCC

En aquellos tramos con varias vías, la alimentación de cada vía es en general eléctricamente independiente del resto de vías excepto en la conexión con las subestaciones.

La Fig. 2 muestra el conjunto de conductores que conforman una catenaria típica de corriente continua. Como puede apreciarse, los conductores positivos son: (i) el hilo de contacto, (ii) el sustentador y (iii) el feeder de acompañamiento, que se usa cuando se quiere reforzar la capacidad de la catenaria o reducir su resistencia por unidad longitud. Los conductores negativos son típicamente los dos raíles, que suelen ir aislados del terreno e interconectados entre sí cada cierta distancia.



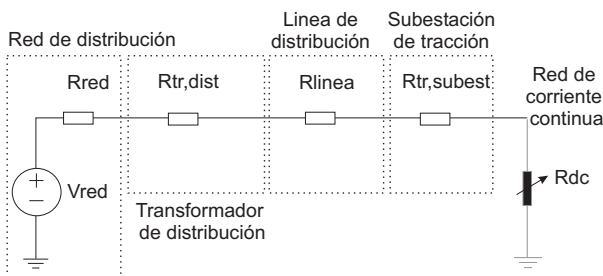
**Fig. 2. Configuración típica de una catenaria de DC**

Desde un punto de vista topológico, la electrificación de ferrocarriles presenta una estructura mimética a la de la red ferroviaria electrificada [5]. Por ello, en general la electrificación presenta un marcado carácter radial, excepto en los núcleos urbanos e industriales en los que predominan las topologías malladas.

Otra de las particularidades de los sistemas estudiados reside en el carácter móvil de las cargas ligadas a los trenes. Por ello, el estudio de estos sistemas se suele apoyar en modelos de simulación [6] que determinan la posición y el consumo de los trenes.

### 3. Modelado del problema

La Fig. 3 muestra el conjunto de elementos que componen la electrificación de ferrocarriles, vistos desde el lado de corriente continua.



**Fig. 3. Esquema equivalente de la electrificación (visto desde el lado de continua)**

De forma detallada, estos elementos son los siguientes:

- A. *Red de distribución.* Se modela mediante su dipolo equivalente de Thévenin visto desde el punto de acometida y referido al lado de corriente continua. La resistencia equivalente modela la caída de tensión que se produce en la propia red de distribución como consecuencia de la carga de la red de tracción.
- B. *Transformador de distribución (opcional).* Este transformador se emplea cuando se quiere alimentar las subestaciones de tracción a una tensión alterna diferente a la del punto de suministro al que van conectados. La resistencia equivalente modela la caída de tensión que se produce en este transformador como consecuencia de la carga.

C. *Líneas trifásicas de conexión de subestaciones de tracción a los puntos de suministro.* Estas líneas se representan mediante su resistencia equivalente, referida al lado de corriente continua.

D. *Subestaciones de tracción.* Las subestaciones de tracción se representan mediante su resistencia serie, referida al lado de continua. Esta resistencia incluye el efecto de los transformadores y de los rectificadores.

E. *Red de corriente continua,* que consta de los siguientes elementos:

- a. *Catenaria.* La catenaria se representa como una resistencia por unidad de longitud, que incluye también la resistencia por unidad de longitud del circuito de retorno. Este valor depende de los conductores físicos empleados [7] y [8].
- b. *Trenes.* Los trenes se modelan como cargas de tipo potencia constante (para la resolución del flujo de cargas en corriente continua) o como fuentes ideales de corriente (para el cálculo de la potencia consumida de cada subestación de tracción.) entre la catenaria y la referencia de tensiones [4].

### 4. Procedimiento de cálculo

La asignación de consumos a las subestaciones de tracción se realiza en tres pasos:

- En primer lugar, se resuelve el flujo de cargas para poder linealizar el circuito en el punto de trabajo.
- En segundo lugar, se descompone el circuito a estudiar en subcircuitos parciales, aplicando el principio de superposición.
- En tercer lugar, se emplea el subcircuito parcial de cada tren para calcular los flujos de potencia necesarios para suministrarle la potencia requerida.

En esta sección se describe cada uno de los pasos mencionados.

#### A. Resolución del flujo de cargas.

Conocido el consumo de los trenes y su posición en cada instante, así como la tensión de los puntos de suministro, es posible obtener la tensión en cada uno de los nudos de que consta el circuito estudiado. Para ello se resuelve un flujo de cargas en corriente continua para cada instante estudiado.

El flujo de cargas en corriente continua es una simplificación del problema de corriente alterna en la que todas las magnitudes eléctricas son reales. En esta formulación, los nudos se pueden clasificar en nudos P (o nudos en los que se conoce la potencia inyectada o consumida) y en nudos V (o nudos en los que se conoce la tensión). La resolución del flujo de cargas permite obtener la tensión a la que se encuentran los nudos P y, por extensión, la potencia que generan o consumen los nudos V. Para la resolución del flujo de cargas se ha empleado el método de Newton-Raphson.

B. *Linealización del problema y descomposición de circuitos parciales*

El modelo propuesto para la distribución de los consumos entre las subestaciones realiza el reparto de potencia consumida por cada tren basándose en las corrientes que circulan en el subcircuito parcial correspondiente a dicho tren. Por ello, es necesario descomponer el circuito a estudiar en subcircuitos aplicando el principio de superposición.

Para poder aplicar el principio de superposición para resolver el problema, es necesario tener un problema lineal. Por ello, una vez resuelto el flujo de cargas, es necesario sustituir cada una de las cargas por una fuente ideal de corriente equivalente  $I_{eq,i}$ :

$$I_{eq,i} = \frac{P_i}{V_{fc,i}} \quad (1)$$

donde  $P_i$  es la potencia consumida en el nudo  $i$  y  $V_{fc,i}$  es la tensión del nudo  $i$  obtenida mediante la resolución del flujo de cargas.

La XXX muestra el conjunto de circuitos parciales en que se descompone el circuito a estudiar. Esta descomposición se realiza de la siguiente forma:

- Se emplea un primer circuito parcial que recoge todos los puntos de suministro del sistema

estudiado. Los únicos generadores de que consta este circuito son las fuentes de tensión equivalentes correspondientes a cada punto de conexión a una red de distribución (los generadores de corriente correspondientes a los trenes se encuentran pasivados). Este circuito determina las tensiones en ausencia de trenes, así como la transferencia de potencia que pudiera haber entre subestaciones.

- Se emplea un circuito parcial por cada tren existente. Cada uno de estos circuitos parciales sólo consta del generador de corriente equivalente al tren considerado (tanto los generadores de tensión correspondientes a las redes de distribución como los generadores de corrientes correspondientes al resto de trenes se encuentran pasivados). Estos circuitos se toman como base para calcular la intensidad que proporciona cada uno de los puntos de suministro sobre la intensidad total que consume el tren. Estas relaciones entre intensidades son las que se usarán para realizar el reparto de potencias.

C. *Obtención de las magnitudes relevantes.*

Conocidas las tensiones y las potencias eléctricas inyectadas en cada nodo instantáneamente, se calcula para cada momento la procedencia de la potencia.

- *Potencia  $PC_{TREN,PS}$  consumida por cada tren de cada punto de suministro, a partir de los circuitos*

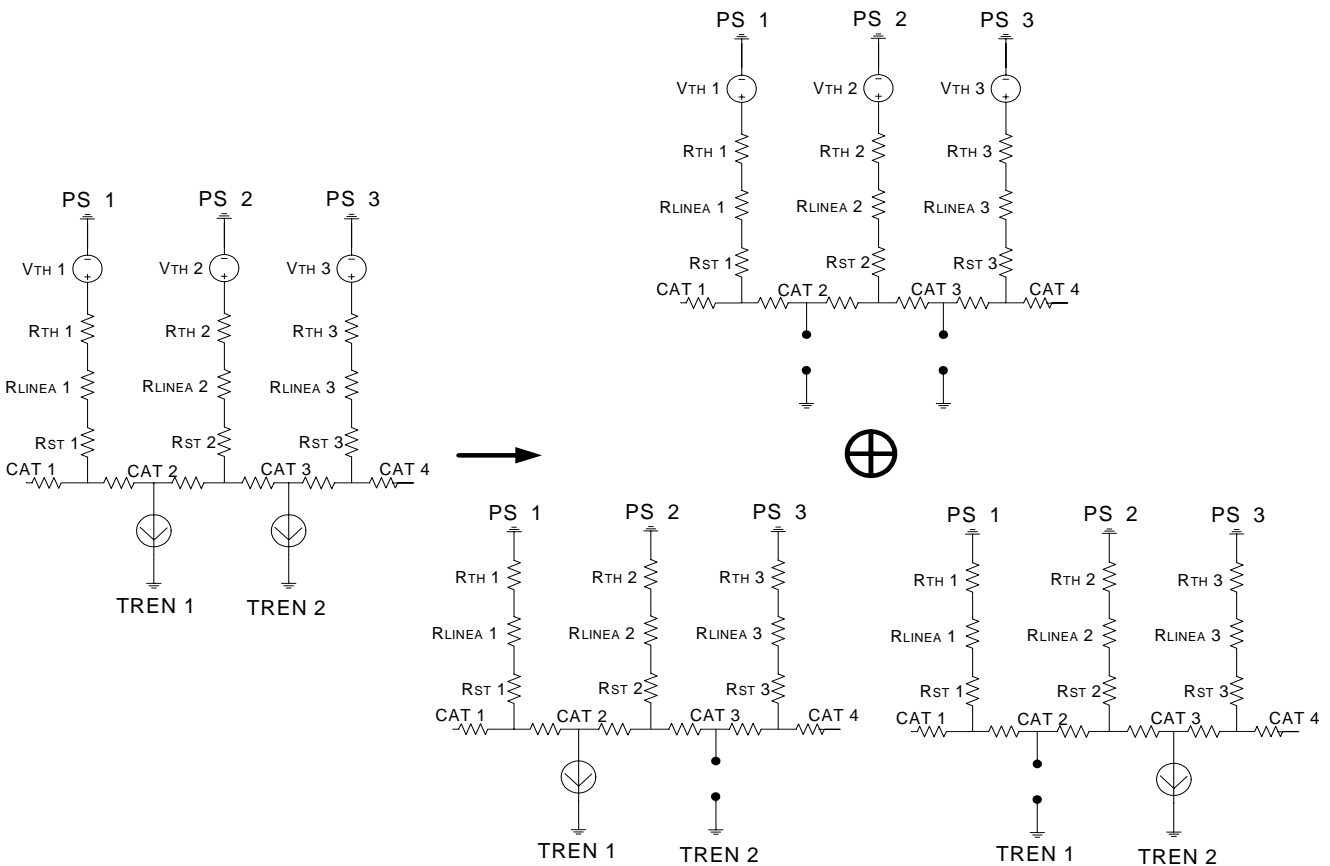


Fig. 4. Forma de descomposición del circuito estudiado

parciales correspondientes. Para ello, se supone que las potencias se reparten entre los puntos de suministro de forma proporcional a como se reparten las corrientes en el circuito parcial correspondiente a dicho tren. El cálculo final de la potencia que proviene de cada punto de suministro se muestra en (2).

$$PC_{TREN,PS} = I_{TREN,PS}^{SUP} \cdot V_{TREN}^{FC} \quad (2)$$

donde  $I_{TREN,PS}^{SUP}$  es la corriente que consume el tren  $TREN$  en su subcircuito parcial desde el punto de suministro  $PS$

y  $V_{TREN}^{FC}$  es la tensión obtenida en bornes del tren  $TREN$  en el circuito completo, obtenida mediante el flujo de cargas

- *Potencia  $PI_{TREN,PS}$  inyectada por cada punto de suministro para cada tren*, que representa la potencia total que ha de inyectar un punto de suministro para que al tren que está consumiendo le llegue la potencia demandada. El cálculo final de la potencia que proviene de cada punto de suministro se muestra en (3).

$$PI_{TREN,PS} = I_{TREN,PS}^{SUP} \cdot V_{PS}^{FC} \quad (3)$$

donde  $V_{PS}^{FC}$  es la tensión obtenida en el punto de suministro  $PS$  en el circuito completo, obtenida mediante el flujo de cargas

- *Potencia total  $PT_{PS}$  inyectada por cada punto de suministro*, que se obtiene directamente a partir del flujo de cargas (4). Debe además ser igual al sumatorio de todas las potencias inyectadas por los puntos de suministro para abastecer a los trenes como se observa en (5).

$$PT_{PS} = P_{PS}^{FC} \quad (4)$$

$$PT_{PS} = \sum_{TRENES} PI_{TREN,PS} \quad (5)$$

- *Pérdidas  $PERD_{TREN,PS}$  en la potencia suministrada a un tren*. Se obtienen restando de la potencia inyectada por el punto de suministro para abastecer a un tren la potencia que consume éste de ese punto según se muestra en (6).

$$PERD_{TREN,PS} = PI_{TREN,PS} - PC_{TREN,PS} \quad (6)$$

- *Pérdidas  $PERD_{PS}$  en la potencia suministrada desde un punto de suministro*. Se obtienen sumando las pérdidas generadas sobre la potencia que entrega el punto de suministro a todos los trenes (7). También se puede calcular restando de la potencia total inyectada por el

punto de suministro la potencia consumida por todos los trenes del mismo (8).

$$PERD_{PS} = \sum_{TRENES} PERD_{TREN,PS} \quad (7)$$

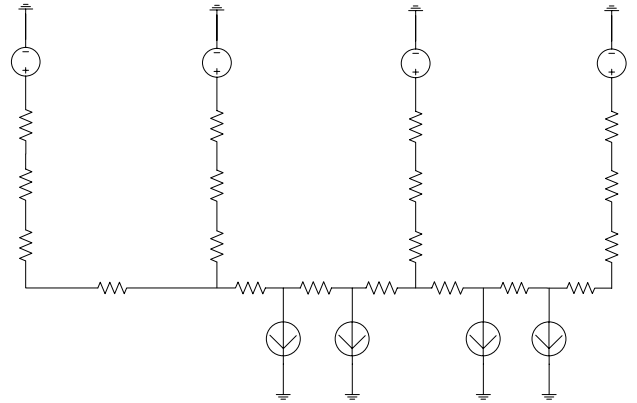
$$PERD_{PS} = PT_{PS} - \sum_{TRENES} PC_{TREN,PS} \quad (8)$$

Una vez que se resuelven estos valores para todos los instantes, es posible sumarlos de forma consecutiva para conocer la evolución y la asignación de consumos de energía de cada tren.

## 5. Caso ejemplo

En esta sección se incluye un caso de aplicación del criterio de reparto propuesto.

El ejemplo de estudio se trata de una red de suministro lineal representada en la Fig. 5, encontrándose los



elementos que la componen detallados a continuación.

**Fig. 5. Esquema del caso de estudio**

### A. Descripción del caso ejemplo

#### Características de la infraestructura

Las propiedades de los diferentes elementos que conforman el sistema eléctrico ferroviario que vamos a estudiar son los siguientes:

- *Red de distribución*. Compuesta por cuatro puntos de suministro con la tensión y resistencias equivalentes que se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1. Características de la red de distribución**

	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
$V_{TH}$ [V]	3000	3000	3000	3000
$R_{TH}$ [ $\Omega$ ]	0.0134	0.0145	0.0156	0.0122

- *Transformadores de distribución*. El caso ejemplo no lleva transformadores de distribución.

- *Líneas de conexión de subestaciones de tracción a los puntos de suministro.* El caso estudio presenta cuatro líneas conectadas a los cuatro puntos de suministro descritos en el apartado anterior. Sus resistencias se indican en la Tabla 2.

**Tabla 2. Características de las líneas de conexión de subestaciones de tracción a los puntos de suministro**

	LINEA 1	LINEA 2	LINEA 3	LINEA 4
R [ $\Omega$ ]	0.0097	0.0070	0.0065	0.0051

- *Subestaciones de tracción.* Las cuatro subestaciones de tracción conectadas a las líneas especificadas en el apartado anterior están caracterizadas por las resistencias mostradas en la Tabla 3.

**Tabla 3. Características de las subestaciones de tracción**

	ST 1	ST 2	ST 3	ST 4
R [ $\Omega$ ]	0.0149	0.0127	0.0149	0.0127

- *Catenaria.* Se considera de características uniformes a lo largo de todo su recorrido, presentando en el ejemplo de estudio tres intervalos situados entre las cuatro subestaciones de tracción. Los atributos de estos tramos se exponen en la Tabla 4.

**Tabla 4. Características de la catenaria**

	CAT 1	CAT 2	CAT 3
LONG [km]	14.230	24.337	13.310
R [ $\Omega$ ]	0.3700	0.6328	0.3461

#### Características de los trenes

El estudio eléctrico se realiza para cada instante, en este caso se resolverá un instante en el que circulan cuatro trenes que se encuentran efectuando consumos realistas en diversas posiciones a lo largo de la línea como se muestra en la Tabla 5.

**Tabla 5. Características de los trenes**

	TREN 1	TREN 2	TREN 3	TREN 4
POSIC [km]	48.311	36.256	24.027	40.575
P [kW]	818.27	919.92	2171.0	492.60

#### B. Solución del flujo de cargas por el método de Newton-Raphson.

El circuito que forman los trenes situados en su posición instantánea junto con la infraestructura detallada anteriormente se resuelve en el empleando el flujo de cargas. Los resultados de esta operación se

aprecian en la Tabla 6 para los puntos de suministro (nudos V) y en la Tabla 7 para los trenes (nudos P).

**Tabla 6. Resultado del flujo de cargas para los puntos de suministro**

	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
V [V]	3000	3000	3000	3000
P [kW]	116.4	1388.5	2197.6	843.08

**Tabla 7. Resultado del flujo de cargas para los trenes**

	TREN 1	TREN 2	TREN 3	TREN 4
V [V]	2965.5	2938.6	2856.4	2964.5
P [kW]	818.27	919.92	2171.0	492.60

#### C. Linealización del problema y descomposición de circuitos parciales.

Se resuelven tantos circuitos parciales como trenes hay en el problema. En cada circuito se obtendrá la intensidad que consumen todos los trenes de los diferentes puntos de suministro (ver Tabla 8).

**Tabla 8. Intensidades consumidas por los trenes de los diferentes puntos de suministro**

$I_{TREN,PS}$ [A]	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
TREN 1	0.33612	4.0097	78.026	193.56
TREN 2	3.2528	38.803	246.72	24.274
TREN 3	34.676	413.65	283.80	27.922
TREN 4	0.53412	6.3717	123.99	35.272

#### D. Obtención de las magnitudes relevantes.

Una vez que realizado el reparto de consumos de los trenes desde los diversos puntos de suministro, se obtienen las magnitudes relevantes del problema.

La Tabla 9 muestra las potencias  $PC_{TREN,PS}$  consumidas por los trenes desde cada punto de suministro. La Tabla 10 muestra las potencias  $PI_{TREN,PS}$  inyectadas por en los puntos de suministro para cada tren. La Tabla 11 muestra las pérdidas  $PERD_{TREN,PS}$  en la potencia suministrada desde los puntos de suministro a los trenes. Por último, la Tabla 12 muestra las pérdidas  $PERD_{PS}$  en las potencias totales suministradas desde cada punto de suministro.

**Tabla 9. Potencias consumidas por los trenes de los diferentes puntos de suministro**

$PC_{TREN,PS}$ [kW]	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
TREN 1	0.99677	11.891	231.39	574.00
TREN 2	9.5585	114.03	725.00	71.330
TREN 3	99.047	1181.6	810.64	79.756
TREN 4	1.5834	18.889	367.57	104.56

**Tabla 10. Potencias inyectadas por los puntos de suministro para alimentar a cada tren**

$PI_{TREN,PS}$ [kW]	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
TREN 1	1.0084	12.029	234.08	580.67
TREN 2	9.7583	116.41	740.16	72.822
TREN 3	104.03	1241.0	851.39	83.766
TREN 4	1.6024	19.115	371.97	105.82

**Tabla 11. Pérdidas en las potencias inyectadas por los puntos de suministro para alimentar cada tren**

$PERD_{TREN,PS}$ [kW]	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
TREN 1	0.011593	0.13829	2.6911	6.6758
TREN 2	0.19985	2.3841	15.159	1.4914
TREN 3	4.9796	59.403	40.755	4.0097
TREN 4	0.018969	0.22629	4.4035	1.2527

**Tabla 12. Perdidas en las potencias totales inyectadas por los puntos de suministro**

	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4
$PERD_{ps}$ [kW]	5.2100	62.151	63.008	13.430

## 6. Conclusiones

En este artículo se ha presentado la aplicación de un criterio de reparto de potencias entre puntos de suministro. Este procedimiento proporciona un criterio satisfactorio para asignar las potencias consumidas a las subestaciones o puntos de suministro correspondientes.

La principal ventaja de este procedimiento estriba en el significado electrotécnico de la imputación de los consumos. Asimismo, resulta sencillo adjudicar de las pérdidas a cada consumidor o a cada punto de suministro.

El principal inconveniente de este método de asignación de consumos y de pérdidas a cada punto de suministro es que, aunque se trata de un criterio muy intuitivo, no deja de ser arbitrario. A pesar de ello, se obtiene resultados muy razonables e intuitivos.

A pesar de esto, cuando el número de consumos simultáneos no es muy elevado (situación bastante frecuente en muchas líneas ferroviarias), este criterio reproduce fielmente el comportamiento del circuito eléctrico.

## Referencias

- [1] J.I. Pérez-Arriaga, L. Olmos, F.J. Rubio "Report on Cost components of cross border exchanges of electricity", Directorat-General for Energy and Transport, Nov de 2002.
- [2] C. Vázquez, L. Olmos, J.I. Pérez-Arriaga, "On the choice of slack bus in mechanisms...", Proceedings PSSC de Sevilla, 2002.
- [3] Mahou A., Toledo M. López, Coyto A. Pérez et al. "Programa de ayuda a la ubicación de subestaciones en un sistema de tracción eléctrica en C.C." Jornadas hispano-lusas de ingeniería eléctrica, 1990, Vigo.
- [4] Kaller R. y Allenbach J.M. "Traction électrique". Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes, 1995.
- [5] Profillidis V. A. "Railway Engineering", Editorial Ashgate. 2000.
- [6] G. Cosulich, T. Ghiara, "Motors: a flexible traffic simulator to investigate rail and metrorail capability", Railway operations, computers in railways IV, Southampton, 1995.
- [7] Hill R. J., Brillante S., Souza C. R. de et al. "Electrical material data for railway track transmission line parameter studies." IEE Proceedings on Electrical Power Applications 146 (No 1, January 1999): 60-68.
- [8] Hill R. J. y Carpenter D. C. "Determination of rail internal impedance for electric railway traction system simulation." IEE Proceedings B 138 (No 6, November 1991): 311-321