

# Determinación de la Reactancia de Dispersión de Cabezas de Bobina en MSIP(s)

J.A. Güemes Alonso, A.M. Iraolagoitia Iriondo

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
E.U.I.T.I., Universidad del País Vasco  
Plaza de la Casilla, 3, 48012 Bilbao (España)  
Telef.: +34 946014363, 946014367, fax: +34 946014300  
e-mail: joseantonio.guemes@ehu.es, ana.iraolagoitia@ehu.es

**Resumen.** En este trabajo, se presenta un método de aproximación práctica para la determinación de la reactancia de dispersión de cabezas de bobina, aplicado a un motor síncrono de imanes permanentes (MSIP). El análisis del comportamiento del motor se realiza utilizando el método de elementos finitos (MEF) mediante modelos en tres dimensiones (3D). El flujo de cabezas de bobina puede ser calculado mediante modelos en dos dimensiones (2D), pero es necesario resolver un gran número de modelos. En el trabajo se describe un método para calcular la reactancia de dispersión de cabezas de bobina comparando la energía calculada en un modelo en 3D completo (incluye a las cabezas de bobina), con la energía calculada en un modelo en 3D sin cabezas de bobina y, con la energía calculada en un modelo en 2D. El método propuesto puede utilizarse para determinar ecuaciones de uso industrial aplicadas al cálculo de la reactancia de dispersión de cabezas de bobina. Los resultados obtenidos indican que los valores de las reactancias de dispersión de las cabezas de bobina son algo mayores que los obtenidos por un cálculo analítico.

**Palabras llave.** Imanes permanentes, método de elementos finitos, modelado, motor síncrono, reactancia de cabezas de bobina, simulación.

## 1. Introducción

El gran desarrollo de las aleaciones de alto magnetismo ha hecho posible que los motores de imanes permanentes (MIP) sean hoy día una alternativa muy interesante.

En los últimos años se han desarrollado varias familias de imanes permanentes, con propiedades magnéticas y físicas muy destacables. Los tipos de imanes permanentes más utilizados en la actualidad para el caso de máquinas eléctricas, son los imanes de tierras raras de Neodimio Hierro Boro (NdFeB).

Los MIP de corriente alterna son semejantes a los motores síncronos convencionales en los que el devanado de campo giratorio se sustituye por imanes permanentes. Si la forma de la onda de la tensión inducida es senoidal se denominan “motores síncronos de imanes permanentes” (MSIP), cuando la forma de la onda es trapezoidal son conocidos como “motores cc sin

escobillas o brushless dc” [1], esta terminología es debida a la semejanza con las características de los motores de corriente continua.

El interés de los MSIP(s) está creciendo en un amplio abanico de aplicaciones. Las razones principales de este incremento son en primer lugar la eficiencia y en segundo lugar la reducción del precio de los imanes (NdFeB).

En términos generales, los MSIP(s) son preferibles a los motores asíncronos, en todas aquellas aplicaciones que requieran una velocidad constante, arranque suave y funcionamiento silencioso.

El MEF es un procedimiento de análisis matemático que aproxima los valores de las magnitudes físicas, que pueden describirse con ecuaciones diferenciales válidas en una determinada región. Inicialmente se aplicó sobre todo al análisis mecánico, pero desde hace unas décadas se viene utilizando con éxito en el área de ingeniería eléctrica, y particularmente en el estudio de máquinas eléctricas rotativas.

El uso del MEF como herramienta de cálculo y simulación durante el proceso de diseño de un motor eléctrico, permite por una parte, conocer su comportamiento y, por otra, modelarlo por medio de un circuito equivalente.

En ingeniería eléctrica, normalmente las máquinas eléctricas son representadas por un circuito equivalente. El conocimiento de los diferentes parámetros del circuito equivalente de la máquina, nos permite conocer su comportamiento, bajo ciertas condiciones de funcionamiento, por aplicación de las leyes de los circuitos eléctricos.

Un parámetro importante del circuito equivalente de un MSIP es la reactancia síncrona. Como es conocido, dicha reactancia es la suma de la reactancia de reacción de inducido, la reactancia de dispersión del núcleo y la reactancia de dispersión de cabezas de bobina

La reactancia de reacción de inducido y la reactancia de dispersión del núcleo pueden calcularse simulando el comportamiento del motor mediante modelos en 2D (en vacío y en carga)

Considerando que en las zonas de cabezas de bobina, el flujo magnético se canaliza principalmente por el aire, armadura y carcasa del motor y que las cabezas de bobina están formadas por una parte recta y otra circular concéntrica con el eje, la reactancia de cabezas de bobina se podría calcular por medio de modelos en 2D. Primero se analiza la parte recta de las cabezas con un modelo plano 2D y posteriormente los tramos circulares mediante modelos 2D axisimétricos. Este método de análisis necesita simular un gran número de modelos 2D axisimétricos porque en cada tramo circular el número de conductores y corrientes es diferente.

El desarrollo de los paquetes informáticos de elementos finitos y la mayor potencia de los actuales ordenadores personales, permiten resolver sistemas con mayor número de ecuaciones y más rápidamente que hace unos pocos años. Con la técnica de modelado sólido en 3D, se pueden resolver geometrías complejas.

El objetivo fundamental de este trabajo es determinar las reactancias de dispersión de cabezas de bobina, de un motor síncrono de imanes permanentes. La simulación y estudio del comportamiento del motor se realiza mediante el MEF utilizando modelos sólidos en 3D.

La mayoría de los estudios realizados utilizando el MEF para la simulación y análisis del comportamiento de las máquinas eléctricas en general y, de los MSIP(s) en particular, son en dos dimensiones, siendo relativamente pocos los realizados en tres dimensiones. Entre las publicaciones de estos últimos años podemos citar el trabajo de Demenko [2], que calcula las inductancias de cabezas de bobina de un motor de imanes permanentes utilizando el método del “elemento lado”, mediante simulaciones en 2D y 3D y el trabajo de Engström [3], que examina el efecto de la dispersión en máquinas de imanes permanentes con especial atención a la producción del par, para el caso de máquinas sin ranuras, comparando los resultados obtenidos en simulaciones mediante modelos en 3D y en 2D.

El método propuesto, se basa en comparar la energía obtenida para un modelo completo en 3D (incluye las cabezas de bobina), con la energía calculada, por una parte, para un modelo sin cabezas de bobina en 3D y, por otra, para un modelo en 2D. Los resultados de la reactancia de cabezas de bobina calculados a partir de las energías anteriormente citadas, se compraran con el valor determinado a partir de la energía para un modelo en 3D, donde sólo se simula el comportamiento de las cabezas de bobina, y también con el valor obtenido por un cálculo analítico.

El método presentado en este trabajo, puede ser muy útil para determinar fórmulas precisas, de aplicación industrial, al cálculo de la reactancia de cabezas de

bobina, en función de la geometría de las cabezas de bobina.

## 2. Descripción del motor

Las características principales del motor objeto de estudio son:

- Motor trifásico
- Tensión de alimentación del controlador: 400 V
- Frecuencia de la tensión del controlador: 50 Hz
- Frecuencia de la tensión del motor: 12.5 Hz
- Velocidad nominal (referida a 12.5 Hz): 125 rpm
- Número de imanes permanentes: 12;  $p = 6$
- Número de ranuras del estator: 72
- Potencia útil: 5 kW
- Tipo de imanes; NdFeB.

La figura 1 muestra un cuarto de la geometría del motor.

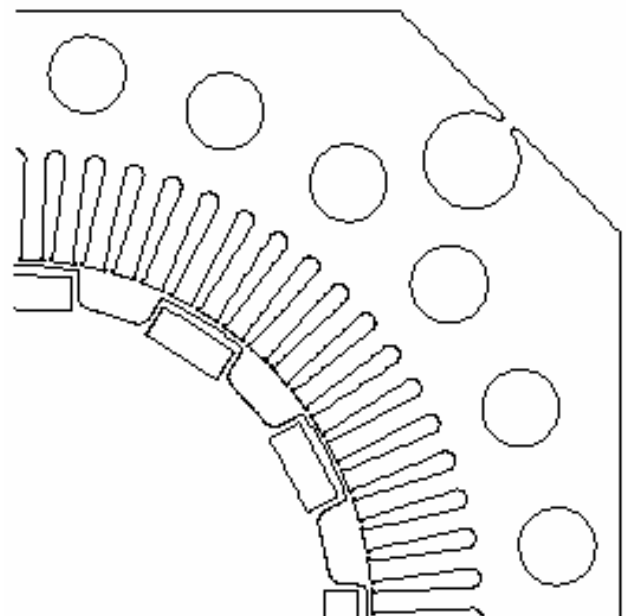


Fig. 1. Motor

## 3. Modelos

Se utilizan dos tipos de modelos de elementos finitos, en 3D y en 2D.

### A. Modelos en 3D

Dada las simetrías existentes, los modelos están constituidos por 120° de la mitad del motor y un espacio de aire rodeando a las cabezas de bobina.

Se utilizan tres modelos: completo, sin cabezas de bobina y sólo cabezas de bobina.

En las figuras 2, 3 y 4, se muestran respectivamente los tres modelos citados.

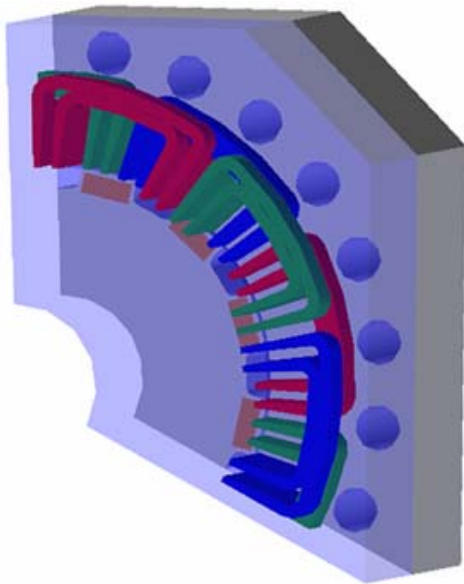


Fig. 2. Modelo completo

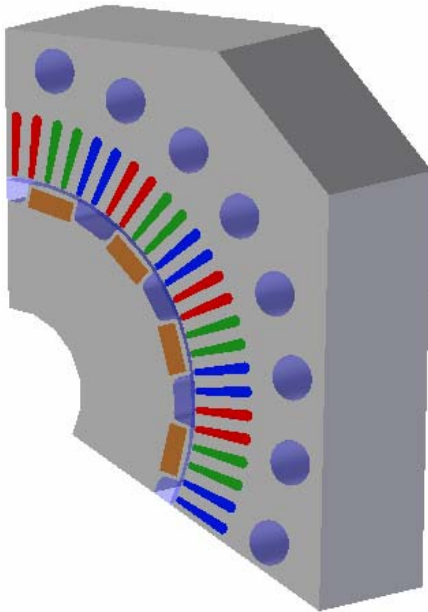


Fig. 3. Modelo sin cabezas de bobina

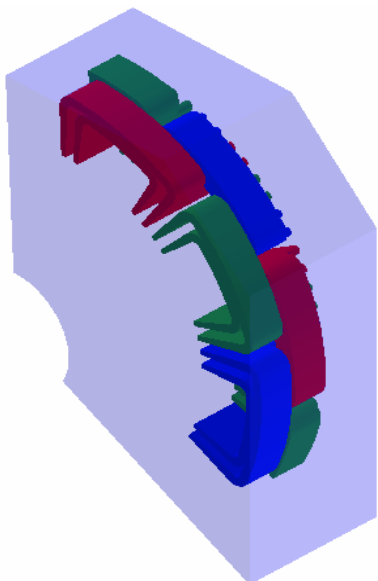


Fig. 4. Modelo sólo cabezas de bobina

El mallado se ha realizado con elementos tetraedros de 4 nodos, prestando especial atención a las zonas críticas (entrehierro y zonas próximas). En la figura 5 se muestra, a modo de ejemplo, el mallado utilizado para el modelo completo.

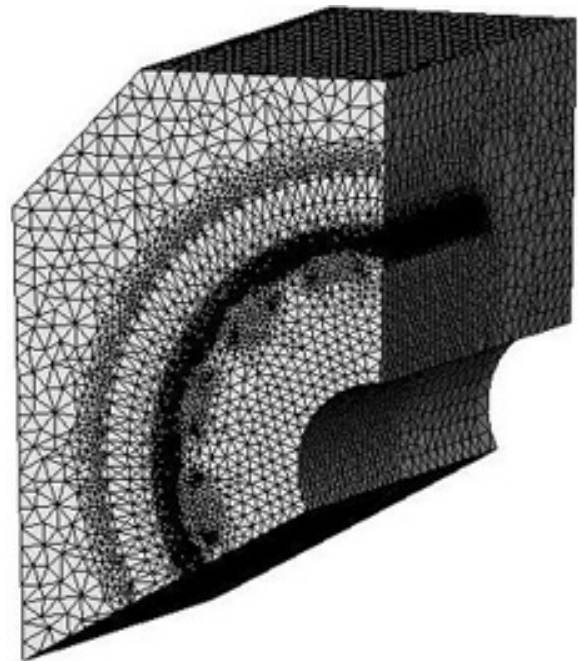


Fig. 5. Malla de elementos finitos en 3D

Las propiedades de los materiales se definen como sigue:

- Para el aire (entrehierro, comienzo ranuras del rotor y aire exterior) y el cobre (bobinado del estator) por medio de la permeabilidad magnética.
- Para el núcleo magnético del estator y rotor por medio de la curva BH, a la frecuencia de trabajo, del material con el que están construidas las chapas magnéticas.
- Los imanes por medio de su permeabilidad magnética y campo coercitivo en sus dos componentes ( $H_{CX}$  y  $H_{CY}$ ).

Las excitaciones se definen por medio de la corriente en cada uno de los devanados del estator.

La condición de contorno es flujo tangencial en el exterior del motor.

#### B. Modelo en 2D

El modelo de elementos finitos está constituido por una sección recta transversal del motor y un espacio de aire que lo rodea.

Las excitaciones se definen por medio de las densidades de corriente en los devanados del estator.

Las propiedades de los materiales se definen igual que en el modelo en 3D.

La condición de contorno es vector potencial magnético nulo en la periferia del modelo.

La figura 6, muestra el mallado utilizado.

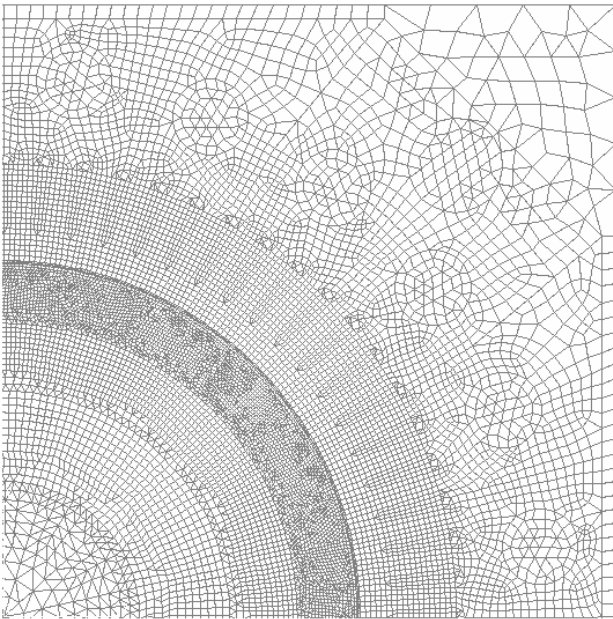


Fig. 6. Malla de elementos finitos en 2D (cuarto del modelo)

#### 4. Metodología y análisis

Los pasos seguidos en el estudio que se presenta en este trabajo, son los siguientes:

- 1) Simular el comportamiento del motor mediante los cuatro modelos descritos anteriormente (completo en 3D, sin cabezas de bobina en 3D, sin cabezas en 2D y sólo cabezas de bobina en 3D). Cálculo de la energía magnética de cada uno de los modelos.
- 2) Determinar la energía de dispersión de las cabezas de bobina por medio de las energías obtenidas en los distintos modelos.
- 3) Calcular la reactancia de dispersión de cabezas de bobina a partir de las energías de dispersión de las cabezas obtenidas en el paso anterior.
- 4) Determinar la reactancia de dispersión de cabezas de bobina por un método analítico.
- 5) Comparar los resultados.

##### A. Método de elementos finitos

En todos los modelos, el análisis del comportamiento del motor se ha realizado para la situación correspondiente al funcionamiento de plena carga y considerando corriente por el estator transversal.

Las figuras 7 y 8 muestran respectivamente la distribución de la densidad de flujo magnético obtenida en la simulación del modelo completo en 3D, y en el modelo sin cabezas de bobina 2D.

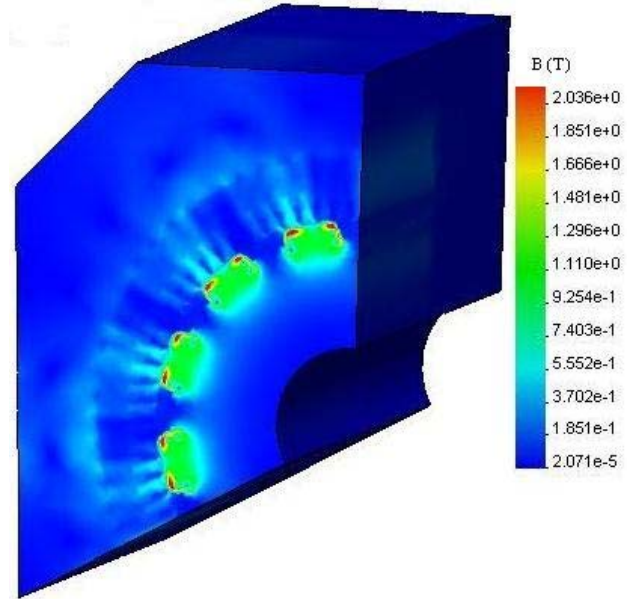


Fig. 7. Modelo completo en 3D

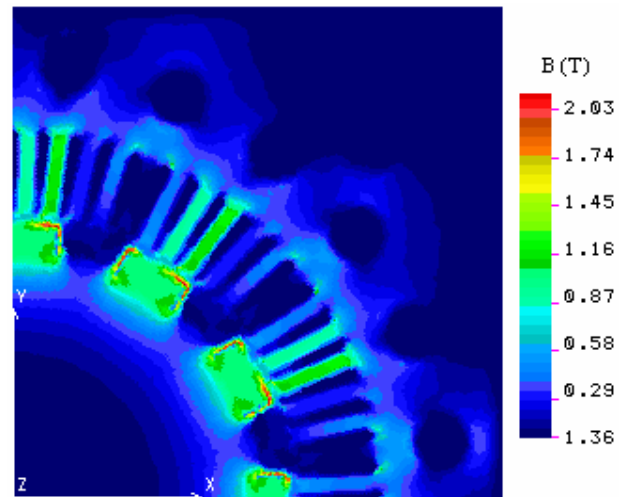


Fig. 8. Modelo en 2D

La energía de cabezas de bobina, teniendo en cuenta que los modelos en 3D analizados representan 1/6 del motor, se calcula con las siguientes ecuaciones:

$$W_{cb1} = 6(W_{c3D} - W_{n3D}) \quad (1)$$

$$W_{cb2} = 6W_{c3D} - W_{n2D} \cdot P \quad (2)$$

$$W_{cb3} = 6W_{s3D} \quad (3)$$

Donde:

- $W_{cb1}$  energía de cabezas de bobina calculada por el primer procedimiento;
- $W_{cb2}$  energía de cabezas de bobina calculada por el segundo procedimiento;
- $W_{cb1}$  energía de cabezas de bobina calculada por el tercer procedimiento;
- $W_{c3D}$  energía calculada en el modelo completo en 3D;
- $W_{n3D}$  energía calculada en el modelo sin cabezas en 3D;
- $W_{n2D}$  energía calculada en el modelo en 2D;

- $P$  Profundidad del modelo (longitud del paquete de chapas).  
 $W_{s3D}$  energía calculada en el modelo en 3D de sólo cabezas de bobina.

La reactancia de dispersión por fase de las cabezas de bobina, se determina por medio de la siguiente expresión:

$$X_{cb} = \frac{4\pi f W_{cb}}{3I^2} \quad (4)$$

Donde:

- $f$  frecuencia;  
 $I$  Corriente por fase.

## B. Método analítico

Con el propósito de comparar los resultados obtenidos por el método propuesto, se ha calculado la reactancia de dispersión de las cabezas de bobina utilizando un cálculo analítico [4].

Para ello, primeramente se determina la permeancia por unidad de longitud de las cabezas de bobina a partir de ecuación:

$$\lambda_{cb} = 4\pi 10^{-7} n_{pf} \left( 0,6 \frac{L_{cb}}{L} - 0,3 \frac{y_n \tau_m}{L} \right) \quad (5)$$

Donde:

- $\lambda_{cb}$  permeancia por unidad de longitud;  
 $n_{pf}$  número de ranuras por polo y fase  
 $L_{cb}$  longitud media de una cabeza de bobina;  
 $L$  longitud del inducido;  
 $y_n$  paso de bobina en ranuras;  
 $\tau_m$  paso medio de ranura;

La reactancia de cabezas de bobina, puede calcularse por medio de la expresión:

$$X_{cb} = 4\pi f \cdot p \cdot n_{pf} \cdot Z_n^2 \cdot \lambda_{cb} \cdot L \quad (6)$$

Donde:

- $p$  número de pares de polos;  
 $Z_n$  número de conductores por ranura;

## 5. Resultados

Una vez realizados los análisis para los distintos modelos, se tienen los resultados mostrados en la tabla I

TABLA I.- Energía magnética de los modelos

Modelo	Energía (J)
Completo en 3D ( $W_{c3D}$ )	85,2798
Sin cabezas en 3D ( $W_{n3D}$ )	85,1338
Sin cabezas en 2D ( $W_{n2D}$ )	2025,2342
Sólo cabezas de bobina en 3D ( $W_{s3D}$ )	0,042776

La tabla II muestra la energía de dispersión de cabezas de bobina calculada por cada uno de los procedimientos previamente descritos (1), (2), (3).

TABLA II.- Energía de cabezas de bobina

Procedimiento	Energía (J)
1) Modelo completo y sin cabezas de bobina ( $W_{cb1}$ )	0,8762
2) Modelo completo y en 2D ( $W_{cb2}$ )	5,3704
3) Modelo sólo cabezas ( $W_{cb3}$ )	0,2566

Finalmente, la tabla III muestra el valor de la reactancia de dispersión de cabezas, calculada por medio de la energía (4) y la calculada por el método analítico (6).

TABLA III.- Reactancia de dispersión de cabezas de bobina

Procedimiento	$X_{cb}$ ( $\Omega$ )
1) Modelo completo y sin cabezas de bobina (1) y (4)	0,569
2) Modelo completo y en 2D (2) y (4)	3,487
3) Modelo sólo cabezas (3) y (4)	0,166
4) Cálculo analítico (6)	0,439

De los resultados obtenidos podemos indicar que:

- 1) El primer procedimiento de cálculo, ofrece un valor superior (30%) al calculado por el método analítico. Dado que no se pudo contrastar los resultados experimentalmente no podemos afirmar cual de estos valores es la mejor aproximación.
- 2) Con el segundo procedimiento se obtienen valores muy altos, por lo que no parece apropiado. La causa puede ser como consecuencia de comparar dos modelos con formas y tamaños de elementos muy distintas.
- 3) El valor obtenido con los resultados de la simulación del modelo que solamente recoge las cabezas de bobina, es muy pequeño, ya que no tiene en cuenta que parte del flujo de dispersión de las cabezas se cierra a través del núcleo. De lo que se deduce que este tercer procedimiento, a pesar de que sería el más sencillo de aplicar y tener un tiempo de resolución menor, tampoco sería válido al cometer importantes errores.

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha simulado el comportamiento de un MSIP mediante un modelo de elementos finitos en 3D.

Se han propuesto distintos procedimientos para el cálculo de la reactancia de dispersión de cabezas de bobina.

El procedimiento más adecuado es el primero, obteniendo la reactancia de cabezas de bobina a partir del modelo completo y el modelo sin cabezas de bobina en 3D.

El cálculo de la reactancia de dispersión de cabezas de bobina a partir del modelo de sólo cabezas de bobina, no es adecuado dado que conduce a errores importantes.

El método puede ser útil para determinar formulas precisas que permitan calcular la reactancia de dispersión de cabezas de bobina en función de la forma del bobinado.

## Referencias

- [1] J. Gieras and M. Wing, "Permanent magnet motor technology". Ed. Marcel Dekker, Inc. New York, 2002.
- [2] A. Demenko, L. Nowak and W. Pietrwski, "Calculation of end-turn leakage inductances of electrical machines using the edge element method". The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, vol 20, no 1, pp 132-139, 2001.
- [3] J. Engström, "Effects of axial Leakage on torque performance in PM machines", Proceedings of the International Conference on Electrical Machines, ICEM 2002, Brugge - Belgium, 2002
- [4] J. Corrales Martín, "Cálculo industrial de máquinas eléctricas", ed. Marcombo Bouxareu Editores, Barcelona 1982.
- [5] Chang-Chou Hwang and Y. H. Cho, "Effects of leakage flux on magnetic fields on interior permanent magnet synchronous motors". IEEE Trans. Magnetics, vol 37, pp. 3021-3024, 2001.