

El Método de los Elementos Finitos para la Identificación Paramétrica de una Máquina Trifásica de Inducción Magnética, con Algoritmos Genéticos.

Leopoldo Simón y José Miguel Monzón

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Campus Universitario de Tafira – 35017 Las Palmas (España)
Telef:+34 928 452888, fax:+34 928 451874, e-mail: lsimon@pas.ulpgc.es, jmonzon@die.ulpgc.es

Resumen. El propósito de este artículo es mostrar los resultados de los análisis realizados mediante el método de los elementos finitos (MEF) de un motor trifásico de inducción magnética, al cual se le han aplicado diferentes geometrías en el diseño del rotor (Fig. 1). Estas variaciones geométricas del rotor crean un perfil estructural y electromagnético diferente para cada tipo de geometría.

Para estudiar el rotor en movimiento, se procede con un análisis en frecuencia del modelo que en definitiva, permitirá simular la evolución del sistema, tanto del modelo circuital como del modelo continuo por elementos finitos. Las magnitudes que se obtienen desde el MEF, se tomarán como referencia para los algoritmos genéticos evolutivos (AG). De esta forma, los parámetros en el modelo circuital quedarán identificados para cada geometría objeto de estudio.

En los resultados, también se hace una comprobación del par (Fig. 5), como validación del modelo entre los resultados analíticos del modelo circuital y los obtenidos mediante el MEF, comprobando y verificando la exactitud del método.

Palabras llave

Máquina de Inducción, Método de los Elementos Finitos, Identificación Paramétrica, Algoritmos Genéticos.

1. Introducción

La herramienta informática ha permitido llevar a cabo técnicas numéricas que antaño eran irrealizables, como son la simulación de modelos circuitales equivalentes basados en sus ecuaciones de equilibrio (Fig. 3), y métodos de modelado discreto como el de elementos finitos, conocidos desde hace bastante tiempo, pero sólo aplicables a partir de la aparición de estas poderosas herramientas de cómputo. No solo es interesante la identificación y el control en las máquinas de inducción, ya sea para auditorías o modelado constructivo previo, sino que también es necesaria su optimización ante la variedad de procesos industriales existentes, que particularizan distintos diseños de las mismas.

La aportación de este artículo está en el ajuste por AG de los parámetros del modelo circuital ([1]-[3]) de un motor trifásico de inducción magnética, con diferentes geometrías en el diseño del rotor (Fig. 1), minimizando el error cuadrático de los resultados obtenidos con el modelo continuo MEF, para las distintas geometrías.

El MEF, es un método de aproximación de problemas continuos ([4]-[6]). Su planteamiento se basa en la transformación de un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado. Esta transformación es denominada como discretización del modelo. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

Paralelamente a la evolución tecnológica que ha permitido el diseño de potentes herramientas electrónicas de cálculo, han evolucionado en complejidad y abstracción los algoritmos para resolución de multitud de problemas científicos. Los algoritmos genéticos son una prueba de ello ([7]-[9]).

Una vez más, un proceso natural como la selección y la evolución de los individuos en una población, ha sido aplicado al campo científico para hacer evolucionar sistemas y observar su tendencia, a partir de ciertas condiciones iniciales. Los individuos en las poblaciones intercambian información por medio de operadores evolutivos. Existen tres operadores genéticos principales: la selección, el cruzamiento y la mutación.

Mediante la selección, los individuos son escogidos de la población de acuerdo al valor de su función de adaptación, para someterse a la acción futura de otros operadores.

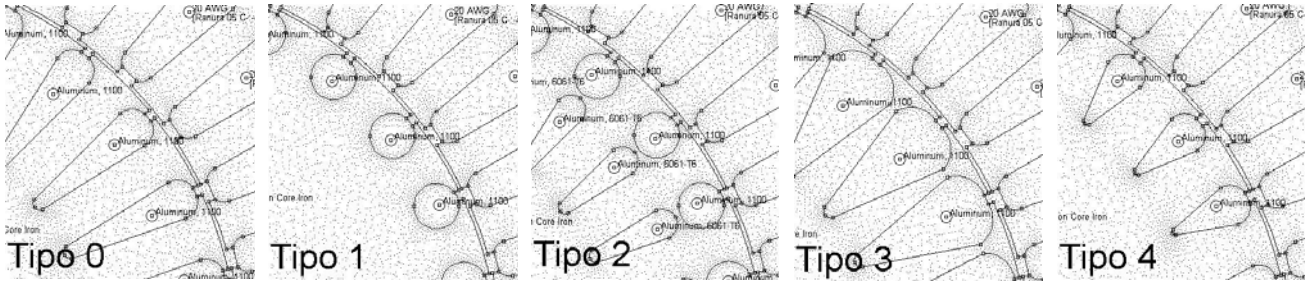


Fig. 1: Sección de los cinco tipos de geometrías de barras de rotor analizadas.

El operador de cruzamiento se encargará de intercambiar los componentes de los individuos seleccionados para producir nuevas soluciones, encargándose de la transferencia por herencia de las características de los mejores individuos de una generación a la siguiente.

La mutación es utilizada como un operador cuyo propósito es la exploración aleatoria de nuevas porciones del espacio de búsqueda, introduciendo nuevo material genético en la búsqueda de soluciones.

La ventaja importante de estos algoritmos sobre otros métodos de optimización, es que son capaces de encontrar un extremo de la función global o absoluto, en lugar de uno local, y que la estimación inicial no tiene que estar cerca de los valores reales. Más aún, estos trabajan directamente sobre la función y no requieren el uso de su derivada ni de ninguna otra función auxiliar.

Toda esta metodología aplicada al estudio de máquinas de inducción, permiten un nuevo punto de vista en el conocimiento profundo de las mismas. El programa utilizado como aplicación del método por elementos finitos es el Finite Element Method Magnetics (FEMM), que es una herramienta de software libre muy versátil [1].

Para el análisis por algoritmos genéticos se han utilizado las librerías de código abierto GALib, que contiene un conjunto de algoritmos genéticos objeto en C++. La compilación se ha hecho mediante el compilador de licencia pública Gcc++, que es un compilador de lenguaje C/C++. Se ha desarrollado un programa para los análisis de las curvas par-velocidad y las intensidades, realizado con el software de cálculo científico orientado a la computación numérica Scilab. Toda la representación gráfica de los datos obtenidos se ha hecho mediante el programa Gnuplot, también de licencia pública. El artículo en su conjunto ha sido elaborado con software libre y/o de código abierto, en el procesador de texto para documentos científicos Latex, y bajo el sistema operativo openSUSE-Linux.

2. Modelo continuo MEF

El propósito de este artículo es hacer un análisis de varias geometrías de barras en el rotor (Fig. 1), mediante el programa FEMM que ensambla todas las ecuaciones de campo para el caso magnético, en el estudio de máquinas eléctricas.

La densidad de corriente \vec{J} , está definida de tal forma que su orientación es perpendicular al plano, con lo cual, el campo vectorial \vec{A} , que es un vector de tres componentes y que tiene su misma orientación, queda definido como una función de $A_z(x,y)$. Con lo cual un problema que en principio tenía un planteamiento tridimensional, al tener simetría plana se convierte en un problema bidimensional ([10]).

Para la derivación de las ecuaciones de elementos finitos en su aplicación para las máquinas eléctricas en dos dimensiones, de entre los métodos existentes es bastante utilizado el método de Galerkin, que es un caso especial del método de los residuos ponderados donde la función de ponderación tiene la misma forma que la función de forma del elemento finito ([11]). La forma armónica de la ecuación de difusión del vector potencial magnético para un problema en dos dimensiones, donde su componente z es desconocida es (1)

$$(\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \times \left[\frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \times \vec{A}_z) \right] = \vec{J}_z \quad (1)$$

Donde \vec{A}_z (Wb/m), es el vector potencial magnético, \vec{J}_z (A/m²) es la densidad de corriente, \vec{H} (A/m) la intensidad del campo magnético y μ (H/m) la permeabilidad magnética.

Si la excitación es en el dominio de la frecuencia y los materiales son lineales, con una simetría plana esta última expresión se simplifica quedando de la siguiente forma (2)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} A_z - \sigma j \omega A_z = -J_z \quad (2)$$

donde ν es la reluctividad del medio, que es la inversa de la permeabilidad μ , la ω es la frecuencia angular, σ es la conductividad eléctrica, y A_z , J_z son las componentes normales del vector potencial magnético y la densidad de corriente en forma compleja respectivamente.

3. Condiciones de frontera

La aplicación del MEF, implica por naturaleza un dominio finito. Para problemas sin frontera o de frontera abierta, se enfocan mediante las transformaciones de Kelvin ([10]-[11]). La región sin frontera se mapea

dentro de una región limitada circular con frontera, donde los problemas sean más fácilmente resueltos.

En el caso de dos dimensiones, el exterior, puede ser modelado por otra región también circular, que representa el campo lejano, donde en su centro, el valor del potencial $A=0$. A los bordes de los círculos que limitan ambas regiones se les imponen condiciones de frontera periódicas. Con ello se consigue forzar la continuidad de A en los bordes de ambas regiones.

Por otra parte, con la finalidad de hacer más eficiente el estudio, se ha reducido los análisis al primer cuadrante de la sección de la máquina (Fig. 2).

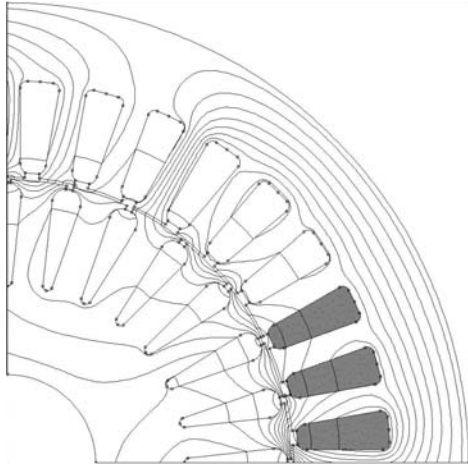


Fig. 2. Reducción del estudio al cuadrante principal. Valor de la inductancia de la fase 'a'.

Los valores de distribución en el primer cuadrante, se ha comprobado que equivalen a la cuarta parte de los valores totales que se determinan en la sección completa. Para ello ha de tenerse en cuenta que las condiciones de contorno en ambos lados adyacentes a los otros cuadrantes, deberán ser antiperiódicas. Ello reducirá enormemente los tiempos y los costes computacionales. Luego, todos los análisis están reducidos al primer cuadrante.

4. Identificación del modelo paramétrico

Una máquina de inducción con un rotor en movimiento puede ser modelada usando un modelo circuital relativamente simple ([4],[1]). Aunque los parámetros circuitales pueden ser a menudo aproximados por expresiones de forma en términos explícitos en cuanto a la geometría del motor, la identificación de estos parámetros mediante el análisis por el MEF es validar las aproximaciones y simplificaciones que inevitablemente tienen que ser hechas en la derivación de las fórmulas de diseño analíticas. Para identificar parámetros en un modelo de motor de inducción, se necesita un modelo simple razonable (Fig. 3).

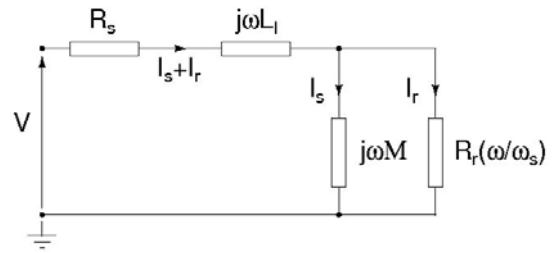


Fig. 3: Modelo simple por fase del motor de inducción en régimen estacionario.

En este modelo, el flujo de dispersión está agrupado en el lado del estátor, en la impedancia L_l . La inductancia M es la inductancia entre el rotor y el estátor. $R_r(\omega/\omega_s)$ representa el trabajo disipado en forma de calor en el rotor y en la carga como potencia mecánica. Si ω es la frecuencia angular en rad/s y p es el número de pares de polos, la frecuencia de deslizamiento ω_s en términos de frecuencia eléctrica y velocidad mecánica de rotor ω_r , queda definida de la siguiente forma (3)

$$\omega_s = \omega - p\omega_r \quad (3)$$

o sea, como la diferencia entre la frecuencia eléctrica y la frecuencia mecánica del rotor.

Como relaciones útiles se obtienen la inductancia dependiente de la frecuencia de deslizamiento, mostrándose el resultado en sus componentes real y compleja (4)

$$L(\omega_s) = \left(L_l + \frac{M}{1 + (\tau\omega_s)^2} \right) - j \left(\frac{\tau\omega_s M}{1 + (\tau\omega_s)^2} \right) \quad (4)$$

La dependencia de $L(\omega_s)$ sobre la frecuencia de deslizamiento permitirá identificar algunos parámetros del motor como la inductancia mutua M , la inductancia de dispersión L_l y la resistencia del rotor R_r ([2]). Siendo τ la constante de tiempo del rotor definida como M/R_r , como validación del modelo se obtiene la expresión (5) perfectamente válida para el par electromagnético T .

$$T = 3pMi^2 \left(\frac{\tau\omega_s}{1 + (\tau\omega_s)^2} \right) \quad (5)$$

Si la corriente se toma como constante y la frecuencia de deslizamiento se varía, se obtiene una curva con un par máximo en $\tau\omega_s=1$.

5. Identificación de los parámetros

Al usar el FEMM, se analiza el rotor de forma estática. En el caso de velocidad cero, el deslizamiento de frecuencia simplemente degenera a $\omega_s=\omega$. Lo lógico sería hacer la identificación de los parámetros en base a los resultados de par T analizados, usando una corriente de estátor constante sobre un rango de frecuencias, simulando así el movimiento del rotor. Pero entonces el cálculo del par debe hacerse mediante el tensor de

Maxwell, lo que es menos preciso en los desarrollos integrales que incorpora el programa FEMM.

Sin embargo, otra opción sería mediante el ajuste de los resultados de inductancia que se obtienen por el análisis del bloque integral $A \cdot J$, formado por el potencial vector magnético y la densidad de corriente sobre el volumen del bobinado de interés, en el rango de frecuencias analizado ([6]). De esta forma se obtiene una alta precisión, ya que la integral de volumen (6) está estrechamente relacionada con la energía almacenada.

$$L = \int \frac{A \cdot J}{|i|^2} dv \quad (6)$$

6. Ajuste de los parámetros por algoritmos genéticos

Se han obtenido en primer lugar, los resultados analíticos del modelo para los cinco tipos de geometrías del rotor (Fig. 1), y en segundo lugar, los resultados de las simulaciones hechas mediante el análisis por elementos finitos mediante el FEMM. Los resultados de ambos análisis han dado un perfil paramétrico de la máquina de inducción para cada geometría objeto de estudio.

En el análisis en frecuencia realizado para simular el movimiento del rotor, se ha obtenido la evolución de algunos parámetros significativos por fase como son el flujo y el par, desde el tensor calculado en el FEMM para diferentes frecuencias de deslizamiento, con lo que se podrá identificar los parámetros M , L_1 , y τ del motor de inducción. Estos parámetros se han ajustado con AG, tomando como función objetivo la parte real e imaginaria de la inductancia como función dependiente de la frecuencia de deslizamiento, estrechamente ligada con estos parámetros identificativos. El procedimiento del AG consiste en hacer mínimo el error cuadrático medio entre los valores obtenidos en las simulaciones en frecuencia, del MEF (6) y los obtenidos del circuito equivalente (4), para cada geometría.

7. Resultados y discusión

Para el ajuste de los tipos de geometría estudiados, los valores de los operadores evolutivos de selección, cruzamiento y mutación, que permitieron un ajuste óptimo, se indican en la (Tabla I).

TABLA I: Valores óptimos resultantes de la solución por algoritmos genéticos de la constante de tiempo del rotor τ (s), la inductancia mutua M (H) y la inductancia de dispersión L_1 (H), para los cuatro tipos de geometría.

	τ (s)	M (H)	L_1 (H)
Tipo 0	0.1635770	0.3131150	0.0155642
Tipo 1	0.0703136	0.1646140	0.0068207
Tipo 2	0.0619364	0.1402150	0.0093843
Tipo 3	0.238499	0.139849	0.006775
Tipo 4	0.0944839	0.1640650	0.0088807

Como ejemplo se representa los ajustes obtenidos para la geometría tipo 0, que ha proporcionado unos valores para $\tau=0,163577$ (s), $M=0,313115$ (H), $L_1=0,015564$ (H), como valores resultantes como solución en el ajuste por AG. Estos valores determinan por su relación, el flujo concatenado con cualquier fase y el par como una función de corriente de fase.

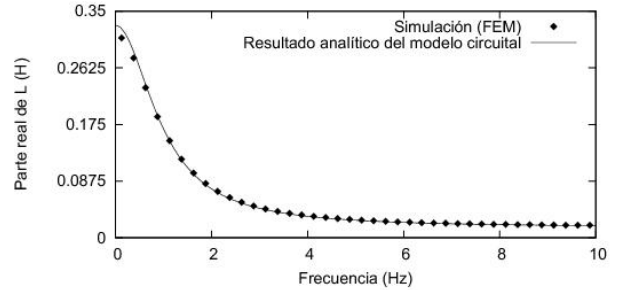


Fig. 4a: Ajuste del modelo circuital de la parte real de la inductancia con el modelo continuo por el MEF, para la geometría tipo 0.

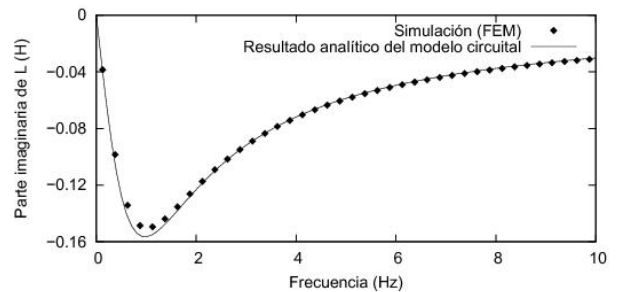


Fig. 4b: Ajuste del modelo circuital de la parte imaginaria de la inductancia con el modelo continuo por el MEF, para la geometría tipo 0.

La (Fig. 4^a) y la (Fig. 4b) muestran para la geometría tipo 0, el ajuste obtenido por AG de la parte real y la parte imaginaria, respectivamente, de la inductancia L (H) del modelo circuital con respecto al modelo continuo simulado por MEF, variando la frecuencia de deslizamiento desde 0 hasta 10 Hz. Los valores que permitieron este ajuste están recogidos en la (Tabla I), junto con los valores que ajustaron las demás geometrías.

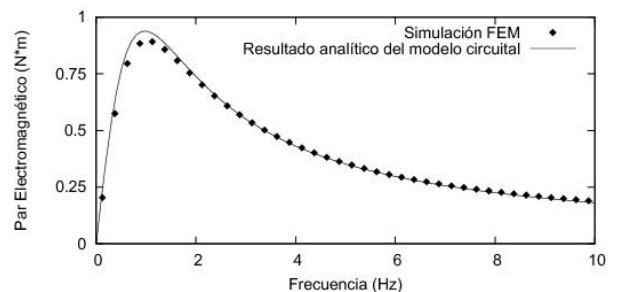


Fig. 5: Ajuste del par electromagnético del modelo circuital con el modelo continuo por el MEF, para la geometría tipo 0.

Como validación del procedimiento, se ha representado en la (Fig. 5) el par electromagnético para la geometría tipo 0, donde el ajuste obtenido manifiesta la fiabilidad del método.

Como parte de los resultados, se muestra una representación en la (Fig. 6) de las curvas características de par-velocidad de todas las geometrías aplicadas a las barras del rotor que se han estudiado.

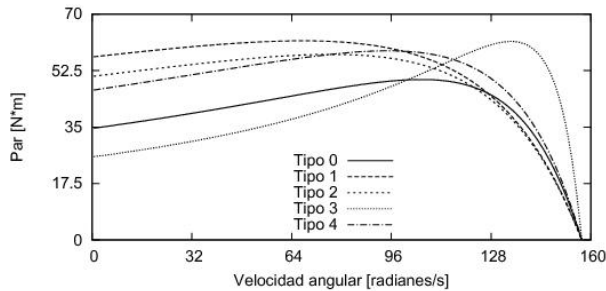


Fig. 6: Representación de las curvas par-velocidad para todos los tipos de geometrías del rotor.

Así mismo se puede observar en la (Fig. 7), las curvas correspondientes a la intensidad de la fase 'a' para todas las geometrías.

Estas curvas se han obtenido mediante un programa realizado en Scilab, donde se han incluido todos los valores ajustados por AG mostrados en la (Tabla I).

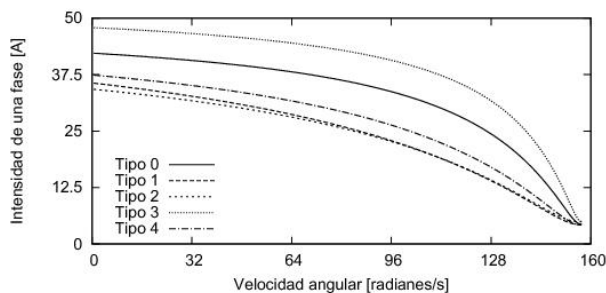


Fig. 7: Representación de las intensidades de la fase 'a' para todos los tipos de geometrías de rotor.

8. Conclusiones

Se ha conseguido el ajuste por AG de los parámetros del modelo circuital de un motor trifásico de inducción magnética, con diferentes geometrías en el diseño del rotor, con el modelo continuo por el MEF, para las geometrías propuestas.

Para ello, se ha creado un circuito equivalente de una fase de la máquina, operando en régimen permanente y en estado de equilibrio.

Se han identificado los parámetros en base a los resultados de la inductancia, por su precisión.

El método utilizado para la identificación, es un análisis

en frecuencia del modelo por elementos finitos y del modelo circuital.

Se ha utilizado como método de optimización los algoritmos genéticos evolutivos, por su robustez y precisión.

Referencias

- [1] Meeker D.; "Induction Motor Example". IEEE, 2002.
- [2] Mirafzal B., Gary L. and Rangarajan M.; "Determination of Parameters in the Universal Induction Motor Model". IEEE, 2007.
- [3] Yamazaki K.; "An efficient procedure to calculate equivalent circuit parameters of induction motor using 3-D nonlinear time-stepping finite-element method". IEEE Magnetic Transactions, Vol. 38, pp. 1281-1284, Mar. 2002.
- [4] Belmans R., Findlay R.D., Geysen W.; "A Circuit Approach to Finite Element Analysis of a Double Squirrel Cage Induction Motor". IEEE, 1990.
- [5] Tandom S.C.; "Finite Element Analysis of Induction Machines". IEEE, 1982.
- [6] Nerg, J. and Pyrhonen, J. and Partanen, J.; "Finite element modeling of the magnetizing inductance of an induction motor as a function of torque". IEEE Magnetic Transactions Vol. 40, No. 4, pp. 2047-2049, July 2004.
- [7] Lücken C.D. von; "Algoritmos Evolutivos para Optimización Multiobjetivo: un Estudio Comparativo en un Ambiente Paralelo Asíncrono". Universidad Nacional de Asunción, 2003.
- [8] Rasmus K.U.; "Models for Evolutionary Algorithms and Their Applications in System Identification and Control Optimization". University of Aarhus, 2003.
- [9] Mehmet Cunkas, and Ramazan Akkaya. "Design optimization of induction motor by genetic algorithm and comparison with existing motor". Mathematical and Computational Applications, Vol. 11, No. 3, pp. 193-203, 2006.
- [10] Molinar D., R. De Weerd, R. Belmans, S. Member, E.M. Freeman. "Calculation of two-axis induction motor model parameters using finite elements". IEEE, 1996.
- [11] Salon S.J.; "Finite Element Analysis of Electrical Machines". Kluwer Academic Publishers, Boston, 1995.
- [12] Phumiphak T. and Chat-Uthai C.; "Estimation of Induction Motor Parameters Based on Field Test Coupled with Genetic Algorithm". IEEE, 2002.